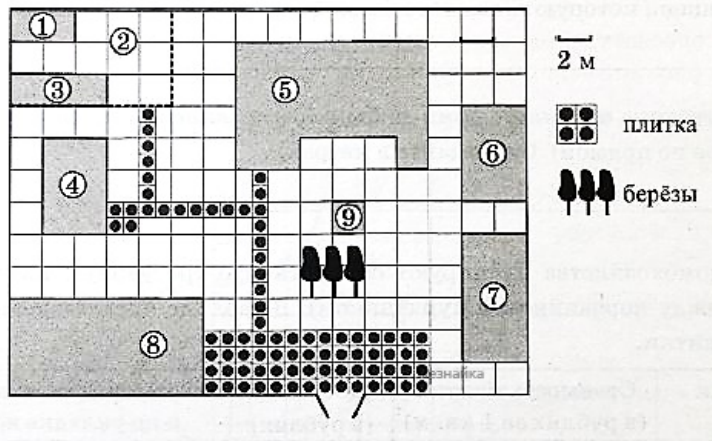


Вариант 10

Часть 1.

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в поле соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м. Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м x 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	курятник	теплица	коровник	огород	баня
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 20 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

- 3 Найдите площадь, которую суммарно занимают коровник и курятник. Ответ дайте в квадратных метрах.

1

2

3

- 4 Найдите расстояние от теплица до компостной ямы (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

4

- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

5

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	255	1200	8000
2	260	1300	6000
3	280	бесплатно	4000

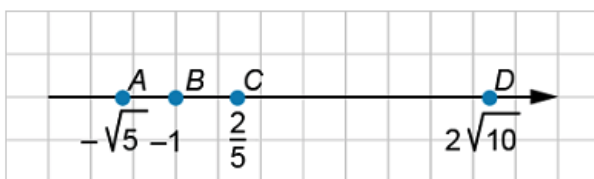
- 6 Найдите значение выражения

6

$$\frac{256 \cdot 10^3}{3200} \div 20 + \frac{2}{5}$$

- 7 Сколько целых чисел находится в промежутке между точками А и С?

7



- 8 Значение какого из выражений является рациональным числом?

8

1) $(\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{2} - 5)$

2) $(\sqrt{2} + 5) \cdot (2 + \sqrt{5})$

3)

4) $(\sqrt{2} + 5) \cdot (2 - \sqrt{5})$

- 9 Найдите корни уравнения $x^3 - 16x = 0$. В ответе укажите его наименьший корень.

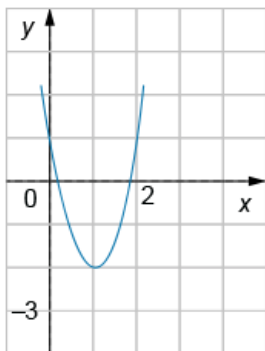
9

- 10 В личной библиотеке Маши 50 книг. 20 из них приключенческих, 25 — художественные, остальные — фэнтези. Петя пришел в гости к Маше и взял с полки наугад одну книгу. С какой вероятностью книга окажется в жанре фэнтези?

10

- 11 На рисунке изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$

11



Определите с помощью графика значение выражения

- 12 Последовательность чисел задана условием:

$b_{10} = -2$, $b_n = b_{n-1} + 3$, $n > 1$. Найдите сумму первых пяти членов последовательности b_n

12

- 13 Найдите значение выражения

$$\frac{v^2 - x^2}{v^2 + x^2 + 2vx} \div \frac{x - v}{2}, \text{ если } v = 2 - \sqrt{5}$$

13

- 14

Кинетическая энергия движущегося тела определяется по формуле $E_k = \frac{mv^2}{2}$, где E_k (в Дж) — кинетическая энергия, m (в кг) — масса тела, а v (в м/с) — его скорость. Найдите кинетическую энергию голубя массой 0,35 кг, летящего со скоростью 54 км/ч.

14

- 15

Решите неравенство $\frac{1}{(2x+3)^2} \geq 4$

1) [1,25; 1,75]

2) [-1,75; -1,25]

3) [-1,75; -1,5) \cup (-1,5; -1,25]

4) [1,25; 1,5) \cup (1,5; 1,75]

15

- 16 В равностороннем треугольнике ABC проведена медиана AM. Сторона AB=10 см. Чему равен отрезок MB (в см)?

16

- 17 В четырехугольнике ABCD вписана окружность. Периметр четырехугольника равен 120 см, сторона CD=20 см. Найдите сторону AB. Ответ дайте в см.

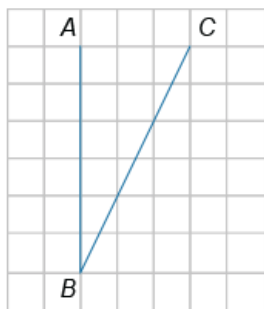
17

- 18 Найдите площадь трапеции, средняя линия которой равна 6 см, а высота — 5 см. Ответ дайте в см²

18

- 19 Найдите тангенс угла ABC, изображённого на рисунке.

19



20 Укажите номера верных утверждений. Выберите 2 варианта из списка.

- 1) Диагонали ромба равны.
- 2) Любой прямоугольник является параллелограммом.
- 3) Косинус угла в треугольнике всегда меньше синуса.
- 4) Все высоты треугольника пересекаются в одной точке.

20

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 = 10, \\ y^3 + x^2y = 5; \end{cases}$$

22

Дорога между пунктами А и В, длиной 36 км, состоит из подъёма и спуска. Велосипедист, двигаясь на спуске со скоростью на 6 км/ч большей, чем на подъёме, затрачивает на путь из А в В 2 ч 40 мин, а на обратный путь на 20 мин меньше. Найдите скорость велосипедиста на подъёме и на спуске.

23

Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 6,25)(x - 1)}{1 - x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

24

Углы, образуемые диагоналями ромба с одной из его сторон относятся как 2:3. Найдите углы ромба

25

Докажите, что в прямоугольном треугольнике сумма катетов равна сумме диаметров вписанной и описанной окружностей.

26

В прямоугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BE, а на гипотенузе BC взята точка M так, что $EM \perp BE$. Найдите площадь треугольника ABC, если $CM=1$, $CE=2$.

Ответы

1	<p>83726</p> <p>Курятник - 8 - "При входе на участок слева от ворот находится курятник."</p> <p>Теплица - 3 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма."</p> <p>Коровник - 7 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник."</p> <p>Огород - 2 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией)."</p> <p>Баня - 6 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник. Между жилым домом и коровником построена баня."</p>
2	<p>5</p> <p>Площадка между коровником и курятником: 56 м^2 - 56 штук.</p> <p>Дорожки: $10+9+2+6=27$ штук.</p> <p>Всего: $56+27=83$ штуки.</p> <p>$83/20=4,15 \approx 5$ упаковок</p>
3	<p>104</p> <p>Курятник занимает 72 м^2</p> <p>Одна клеточка на плане занимает $2 \times 2 = 4 \text{ м}^2$</p> <p>Коровник занимает $2 \times 4 = 8$ клеточек. Его площадь: $8 \times 4 = 32 \text{ м}^2$</p> <p>Суммарная площадь: $72 + 32 = 104 \text{ м}^2$</p>
4	<p>2</p> <p>Теплица расположена под цифрой 3, а компостная яма - 1. Между ними 1 клеточка, значит расстояние между ними - сторона квадрата этой клеточки, т.е. 2 м.</p>
5	<p>25580</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает 1 м^2. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: $255 \cdot 83 + 1200 + 8000 = 30780$ руб.</p> <p>2: $260 \cdot 83 + 1300 + 6000 = 28880$ руб.</p> <p>3: $280 \cdot 83 + 4000 = 25580$ руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 3го поставщика по цене 25580 рублей</p>
6	<p>4,4</p> $\frac{256 \cdot 10^3}{3200} \div 20 + \frac{2}{5}$
7	<p>3</p> <p>$-\sqrt{9} < -\sqrt{5} < -\sqrt{4} \rightarrow -3 < -\sqrt{5} < -2$</p> <p>$2/5 = 0,4$</p> <p>Значит между числами $-\sqrt{5}$ и $2/5$ заключены следующие целые числа: 0, -1, -2 — всего 3 числа.</p>
8	<p>3</p>
9	<p>-4</p> $x^3 - 16x = 0$ $x(x^2 - 16) = 0$ $x_1 = 0$ $x_{2/3} = \pm 4 \rightarrow -4 \text{ наименьший корень.}$
10	<p>0,1</p>

11	7 Вершина параболы (1;-2) $x_B = -b/2a = 1$ $b/a = -2$ $5 - b/a = 5 - (-2) = 7$
12	-100 Данная последовательность является арифметической, так как $d = b_n - b_{n-1} = 3$ Так как $n > 1$, то $b_n = b_2 + d(n-2)$ $b_{10} = b_2 + 3(10-2) = -2$ $b_2 = -26$ $b_6 = -26 + 3(6-2) = -14$ $S = (b_2 + b_6) \cdot 5/2 = (-26 - 14) \cdot 5/2 = -100$
13	-0,5 $\frac{v^2 - x^2}{v^2 + x^2 + 2vx} \div \frac{x - v}{2}$
14	39,375 $54 \text{ км/ч} = 54 \cdot 3,6 \text{ м/с} = 15 \text{ м/с}$ $E_k = \frac{mv^2}{2}$
15	3 $\frac{1}{(2x+3)^2} \geq 4$ Решая данное неравенство методом интервалов получаем: $x \in [-1,75; -1,5) \cup (-1,5; -1,25]$
16	5 $MB = BC/2 = AB/2 = 10/2 = 5$
17	40 В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны: $AB + CD = AD + BC = P/2 = 120/2 = 60$ $AB + CD = 60$ $AB = 60 - 20 = 40$
18	30 Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту: $S = 6 \cdot 5 = 30$
19	0,5 Достроим угол до прямоугольного треугольника ABC. Получим, что $AB = 6$ и $AC = 3$ $\text{tg} \angle ABC = AC/AB = 3/6 = 0,5$
20	24 1) Неверно. 2) Верно. 3) Неверно. 4) Верно.
21	$\begin{cases} x^3 + xy^2 = 10, \\ y^3 + x^2y = 5; \end{cases}$ 1) $x = 2y$ 2) $x^3 + xy^2 = 10$ $(2y)^3 + (2y)y^2 = 10$ $8y^3 + 2y^3 = 10$ $10y^3 = 10$

$$y^3=1$$

$$y=1$$

$$x=2y=2$$

Ответ: (2;1)

- 22 Пусть X км/ч скорость велосипедиста на спуске. Тогда его скорость на подъеме $X-6$.

Пусть U км длина пути от А до пика, тогда длина пути от В до пика $36-U$ км.

Путь из А в В состоит сначала из подъема, затем из спуска. Время затраченное на путь от А до пика $U/(X-6)$ часов, время затраченное на путь от пика до В - $(36-U)/X$ часов. По условию 2 ч 40 мин или $8/3$ часа.

Путь из В в А так же состоит сначала из подъема, затем из спуска. Время затраченное на путь от В до пика $(36-U)/(X-6)$ часов, время затраченное на путь от пика до А - U/X часов. По условию на 20 мин меньше, т.е. 2 ч 20 мин или $7/3$ часа.

Решаем систему уравнений

Сложим уравнения почленно:

$$3 \cdot 36X + 3 \cdot 36(X-6) = 15X(X-6)$$

$$108X + 108X - 648 = 15X^2 - 90X$$

$$15X^2 - 306X + 648 = 0$$

$$5X^2 - 102X + 216 = 0$$

$$D = 102^2 - 4 \cdot 5 \cdot 216 = 10404 - 4320 = 6084 = 78^2$$

- не удовлетворяет условию задачи

км/ч скорость велосипедиста на спуске

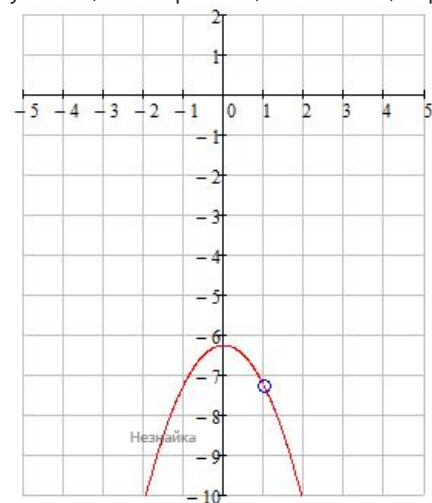
$18-6=12$ км/ч скорость велосипедиста на подъеме

Ответ: 12;18

- 23 Область определения: $x \neq 1$

$$y = \frac{(x^2 + 6,25)(x-1)}{1-x} \quad \text{- сокращаем дробь}$$

$y = -x^2 - 6,25$ - парабола, ветви вниз, вершина $(0; -6,25)$



Прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, при таких k , при которых данное уравнение имеет один корень:

$$-x^2 - 6,25 = kx$$

$$x^2 - kx + 6,25 = 0$$

$$D = k^2 - 4 \cdot 6,25 = 0$$

$$k^2 - 4 \cdot 6,25 = 0$$

$$k^2 = 25$$

$$k = \pm 5$$

А так же при пересечении прямой $y=kx$ графика функции в точке $x=1$:

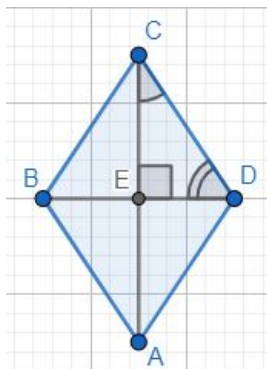
$$y = -1^2 - 6,25 = -7,25$$

$$y = kx \rightarrow -7,25 = k \cdot 1$$

$$k = -7,25$$

Ответ: -7,25; -5; 5

24



Согласно условию: $\angle ECD/\angle EDC=2/3 \rightarrow \angle ECD=\angle EDC \cdot 2/3$.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны. Сумма острых углов в прямоугольном треугольнике $\triangle ECD$ равна 90° :

$$\angle ECD + \angle EDC = 90^\circ$$

$$\angle EDC \cdot 2/3 + \angle EDC = 90^\circ$$

$$\angle EDC \cdot 2/3 + \angle EDC = 90^\circ$$

$$\angle EDC \cdot 5/3 = 90^\circ$$

$$\angle EDC = 54^\circ$$

$$\angle ECD = \angle EDC \cdot 2/3 = 54^\circ \cdot 2/3 = 36^\circ$$

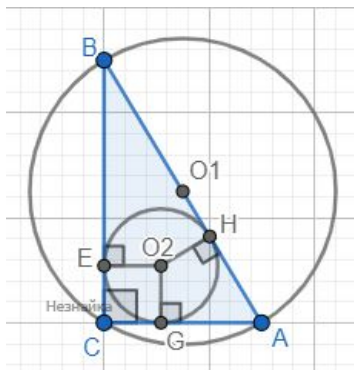
Диагонали ромба являются биссектрисами его углов:

$$\angle C = \angle A = 2 \cdot \angle ECD = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$$

$$\angle D = \angle B = 2 \cdot \angle EDC = 2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$$

Ответ: 72;108

25



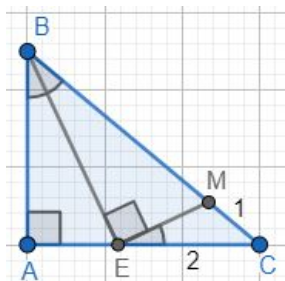
R и r – радиусы соответственно описанной и вписанной окружностей прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C . Гипотенуза – диаметр описанной окружности, поэтому $AB=2R$. Если O_2 – центр вписанной окружности, то O_2GCE – квадрат. Тогда $EC=GC=r$, $AG=AH=AC-GC$, $BE=BH=BC-EC$.

$$2R=AB=AH+BH=AC-GC+BC-EC=AC+BC-2r$$

$$2R=AC+BC-2r$$

$$2R+2r=AC+BC$$

26



1) Так как BE – биссектриса, то $\angle EBA = \angle EBM$. В $\triangle BEA$: $\angle BEA = 90^\circ - \angle EBA$. Тогда:

$$\angle CEM = 180^\circ - \angle BEA - \angle BEM = 180^\circ - (90^\circ - \angle EBA) - 90^\circ = \angle EBA = \angle EBM$$

Треугольники $\triangle EMC \sim \triangle BEC$ подобны по двум углам $\angle C$ -общий, $\angle CEM = \angle EBM$.

Значит:

$$BC = 4$$

2) По свойству биссектрисы

$$AB = 2AE$$

3) По теореме Пифагора $\triangle ABC$:

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

$$BC^2=AB^2+(AE+EC)^2$$

$$4^2=(2AE)^2+(AE+2)^2$$

$$16=4AE^2+AE^2+4AE+4$$

$$5AE^2+4AE-12=0$$

$$D=4^2-4\cdot 5\cdot (-12)=256$$

- удовлетворяет условию задачи

$$4) AB=2AE=2\cdot 1,2=2,4$$

$$AC=AE+EC=1,2+2=3,2$$

$$S=3,2\cdot 2,4/2=3,84$$

Ответ: 3,84

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
gregorykharin@yandex.ru

Источник: https://neznaika.info/test/math_oge/1408-variant-10.html