ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ КРИВЫЕ

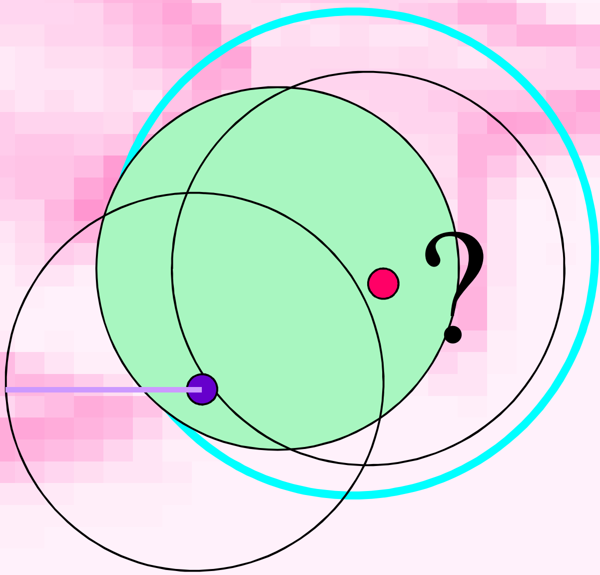
Выполнила
преподаватель математики
Васильева Наталья Николаевна

2014-2015уч. год.

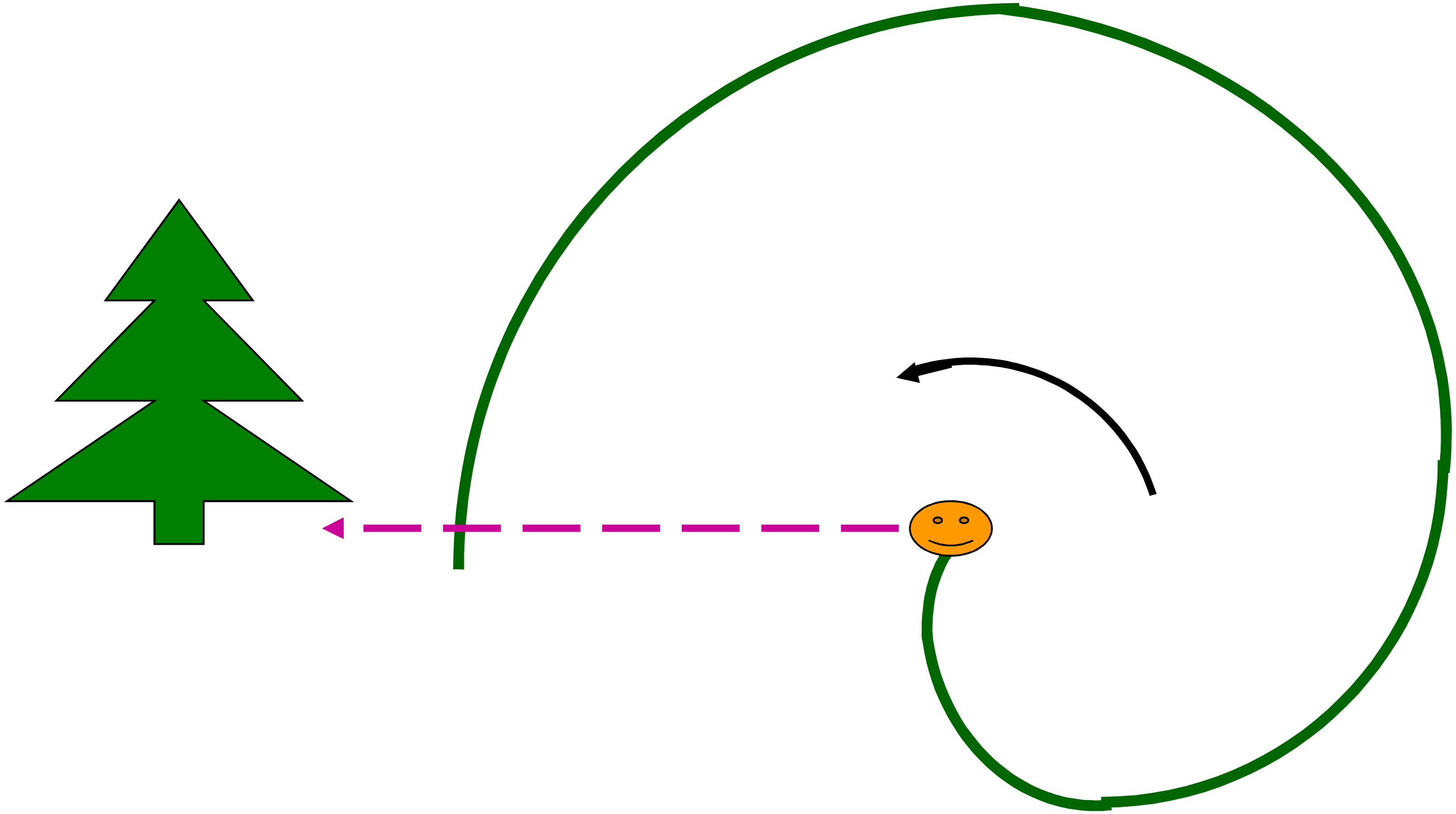
Отрезок, соединяющий центр окружности с любой её точкой.

Кроссворд с подсказками

о	к	р	у	ж	н	о	с	т	ь
к	р	у	г						
ц	е	н	т	р					
р	а	д	и	у	с				



Спираль Архимеда

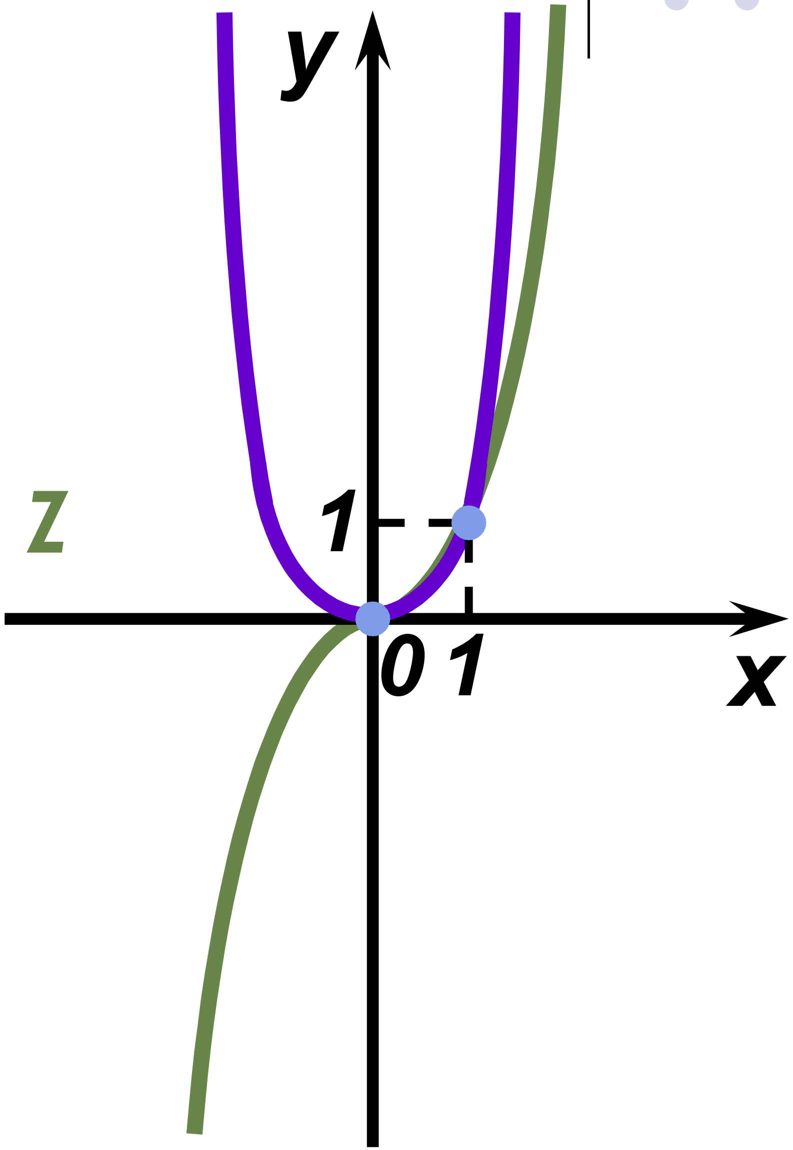


Степенная функция

$$y = x^n$$

$y = x^n$, где $n = 2k$, $k \in Z$

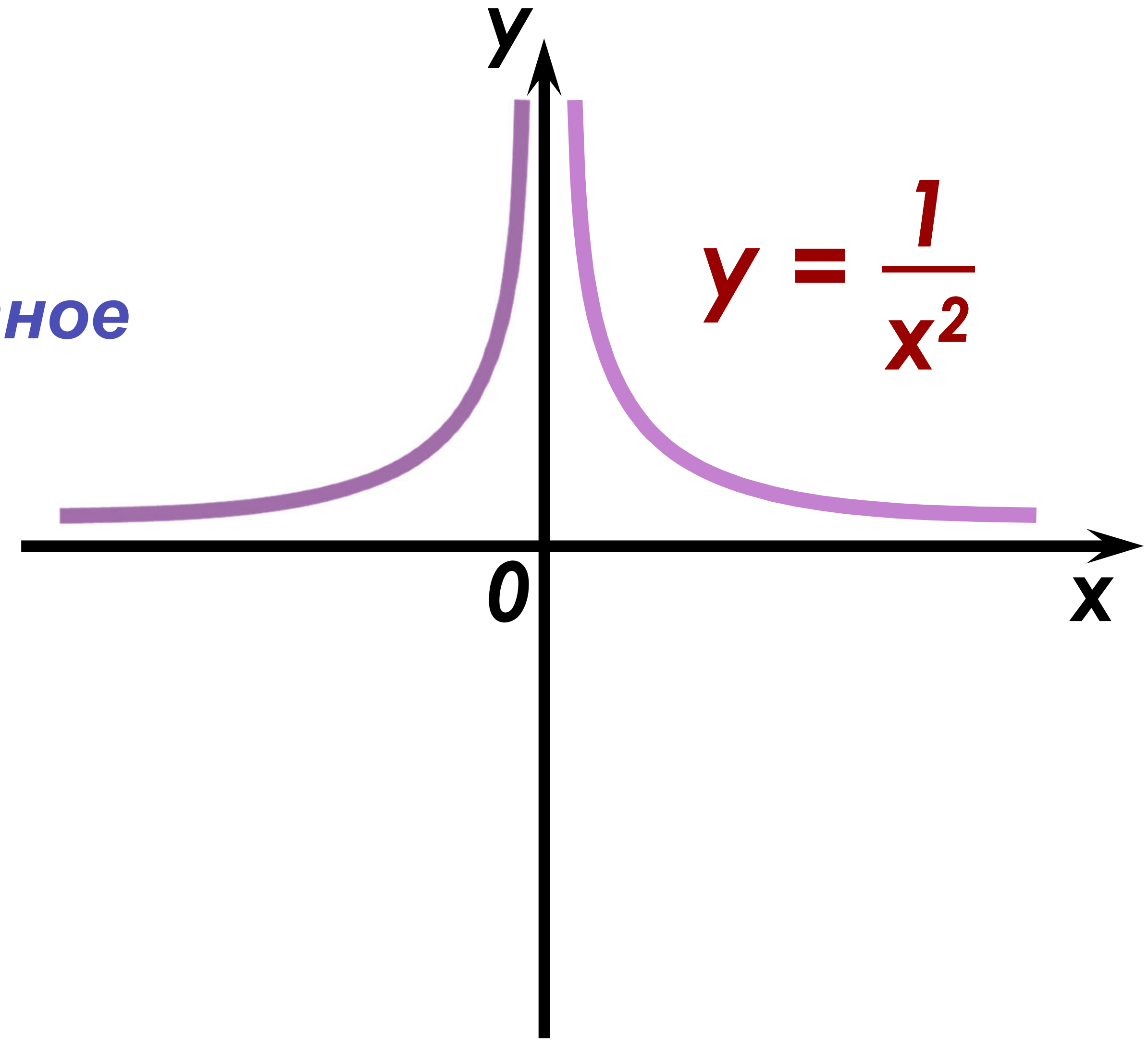
$y = x^n$, где $n = 2k+1$, $k \in Z$



Степенная функция

$$y = x^{-n}$$

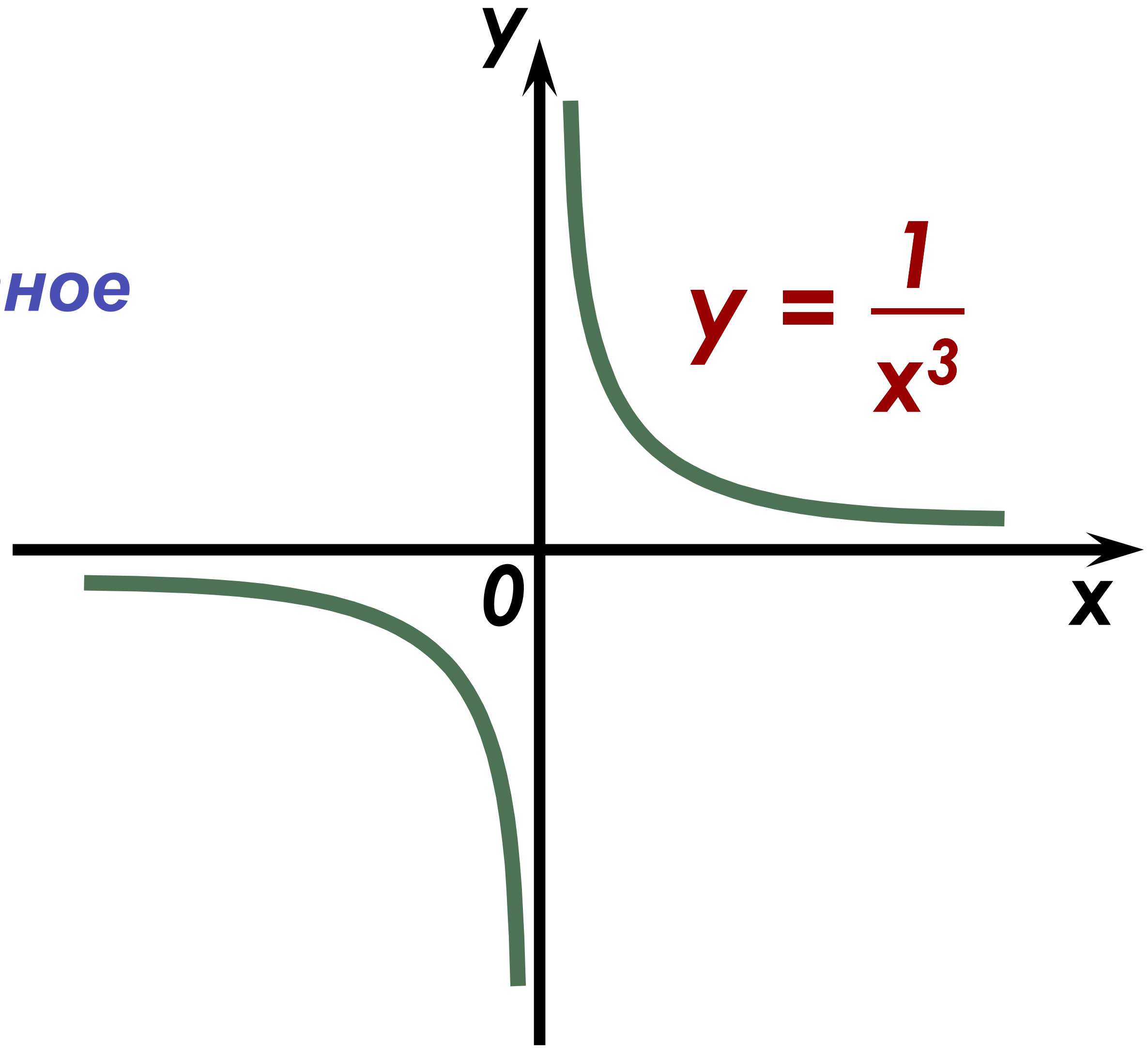
n – четное



Степенная функция

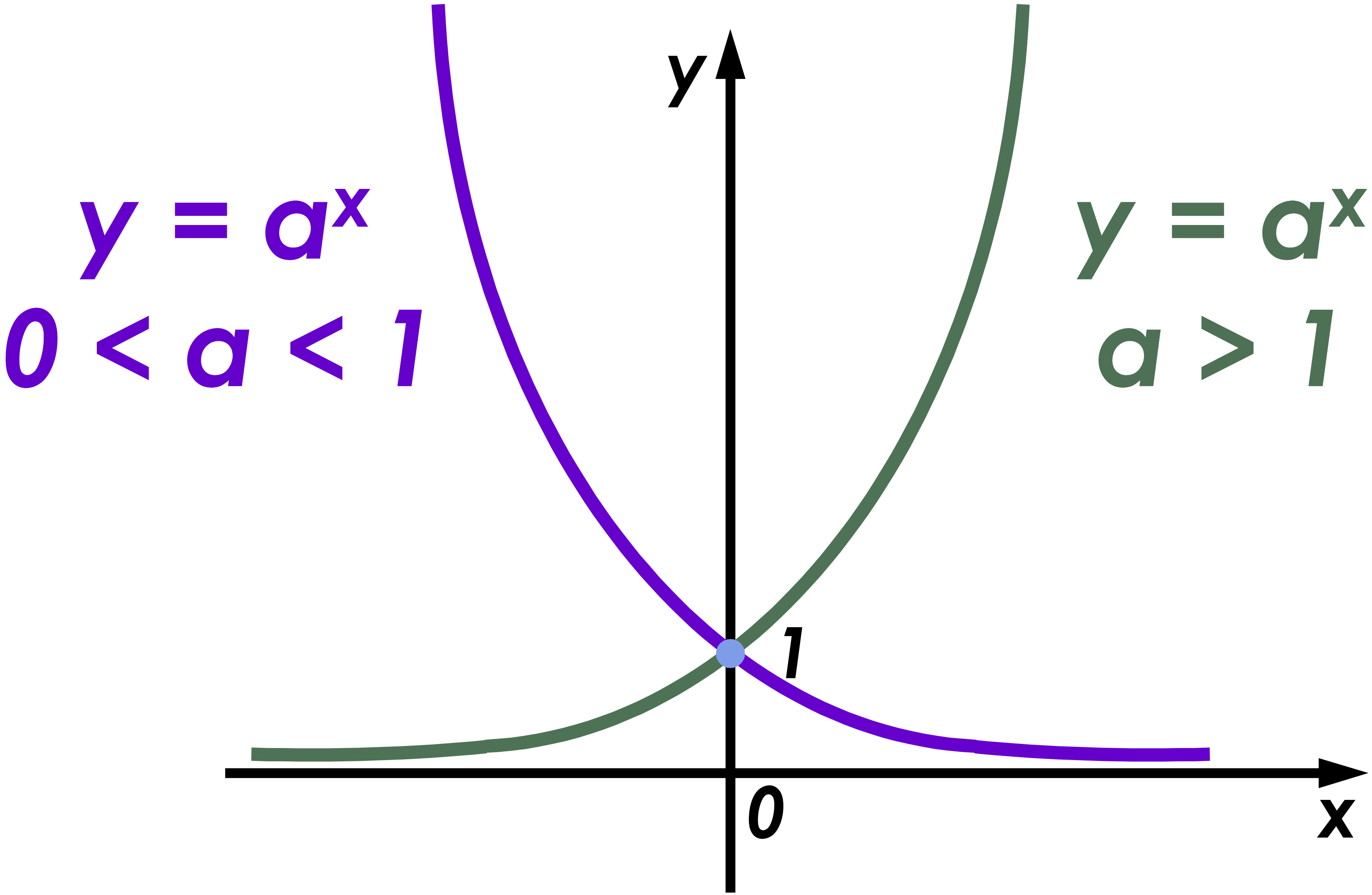
$y = x^{-n}$

n – нечетное



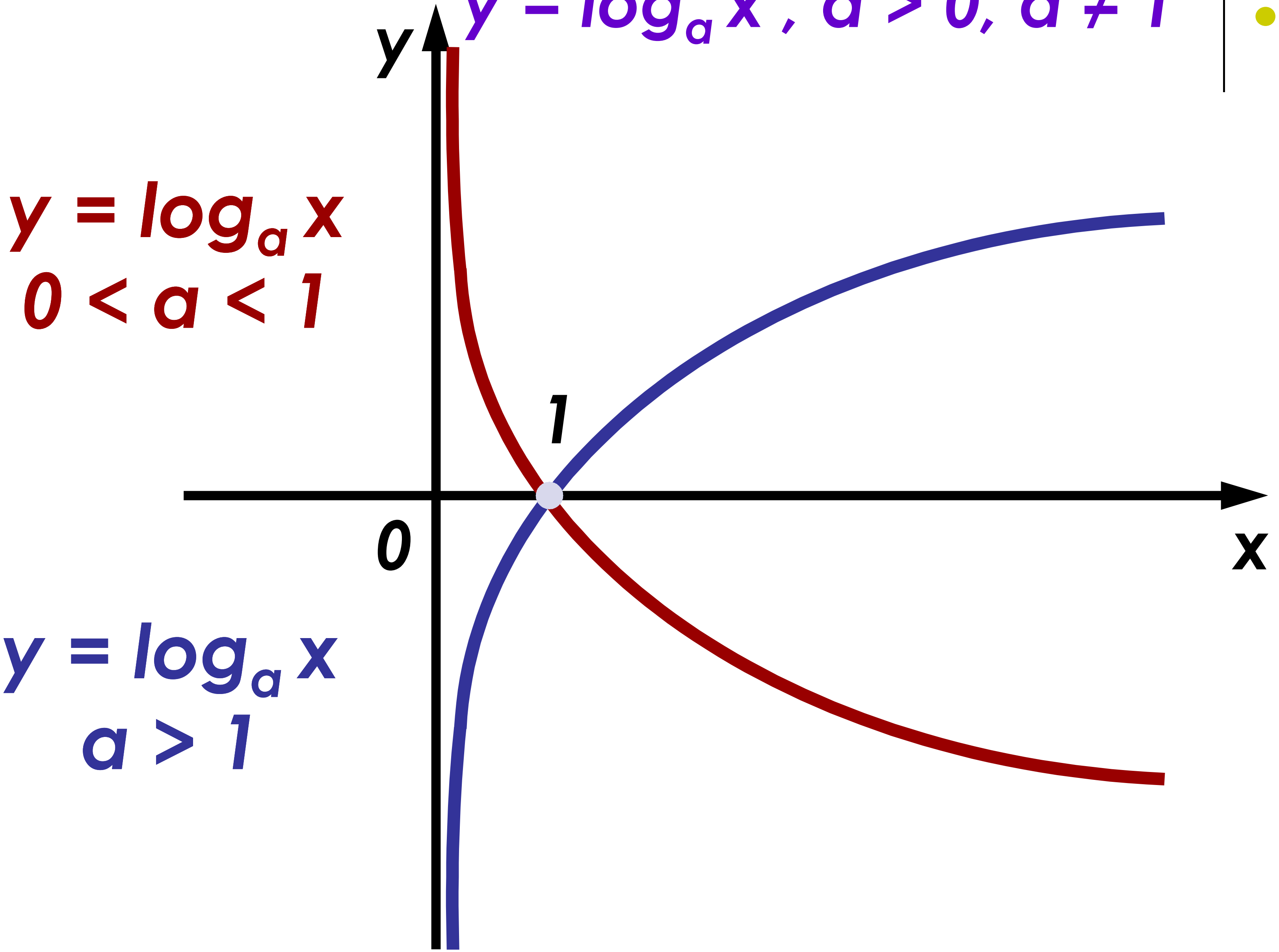
Показательная функция

$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$

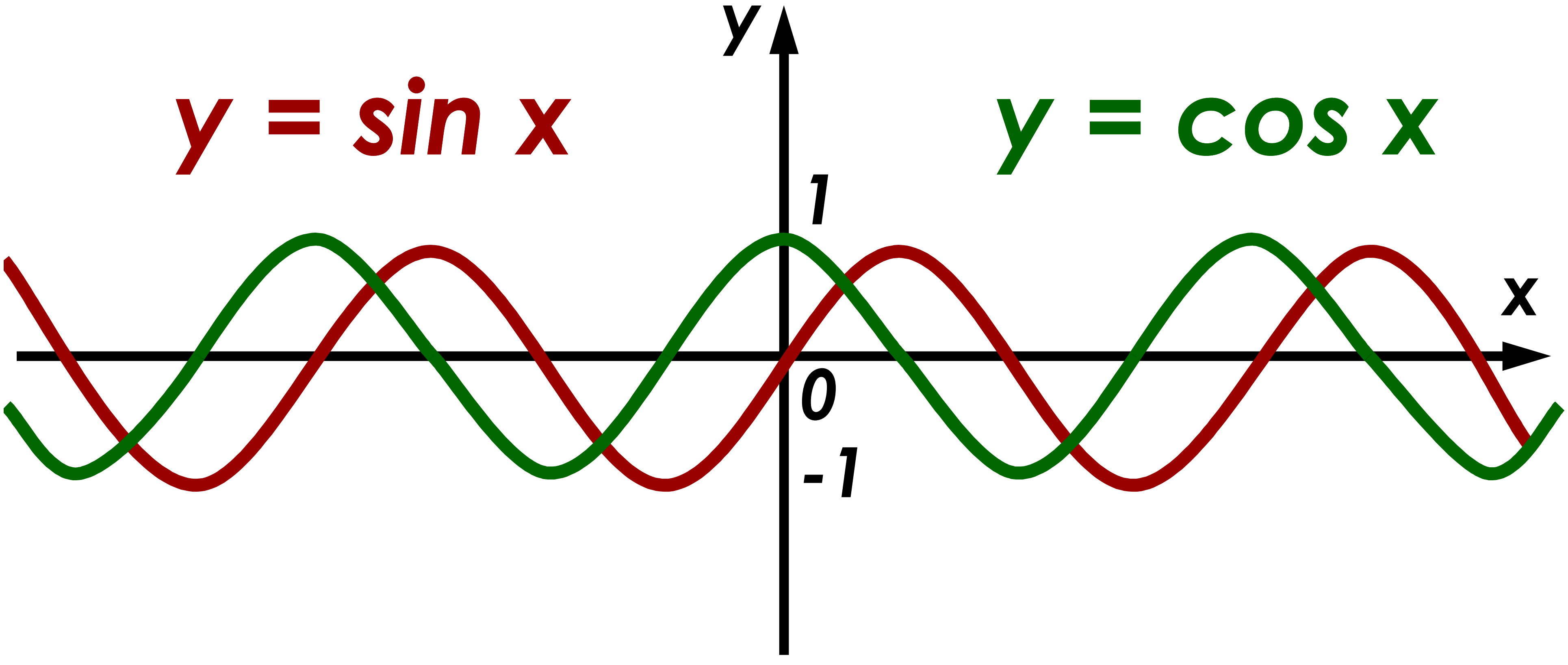


Логарифмическая функция

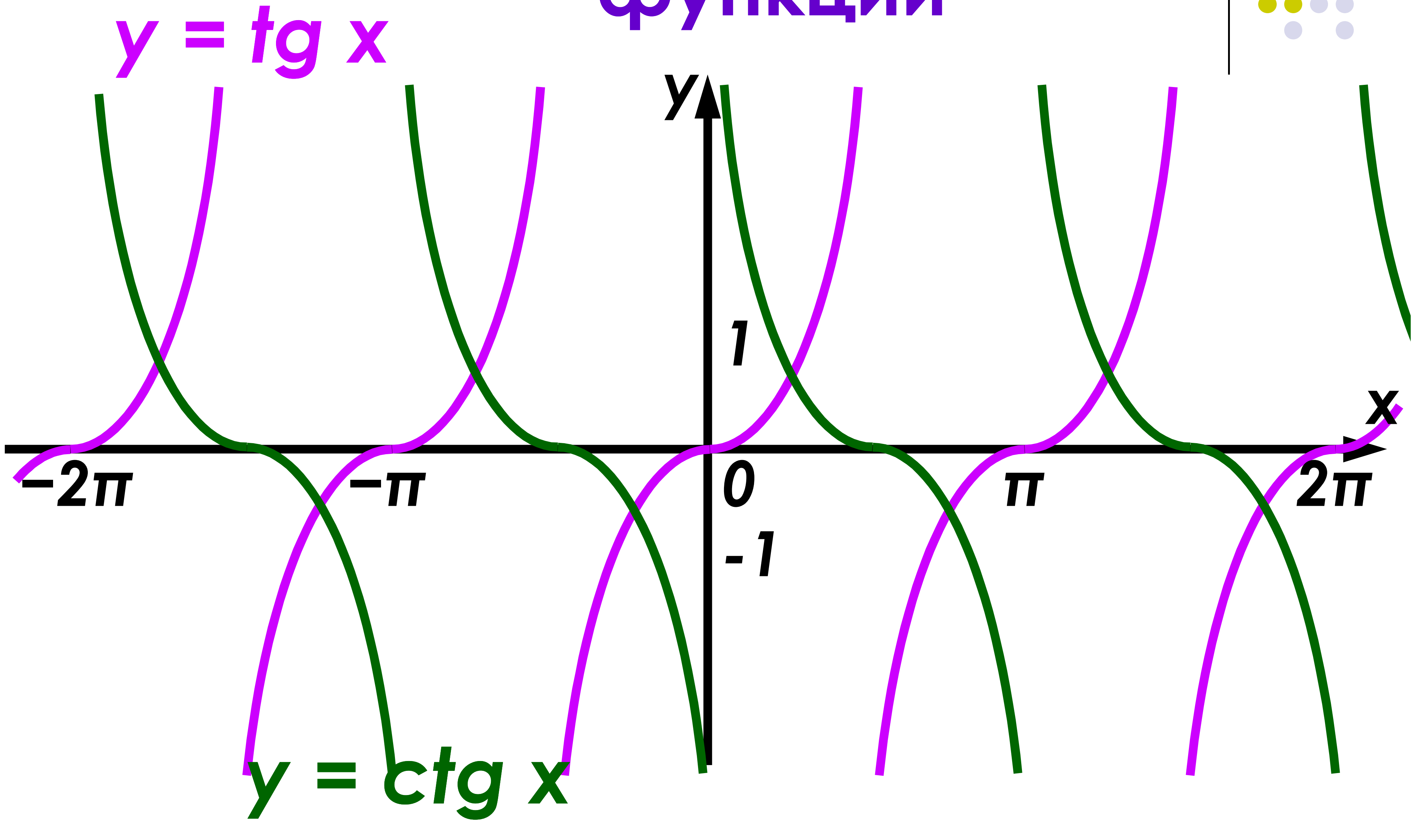
$y = \log_a x\ ,\ a > 0,\ a \neq 1$



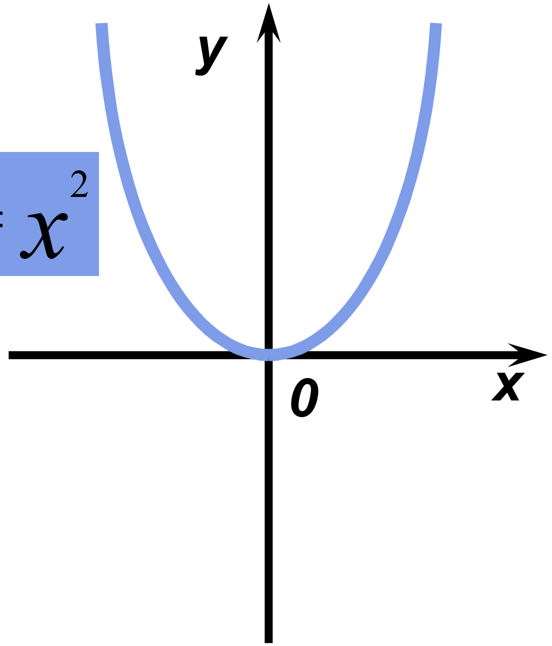
Тригонометрические функции



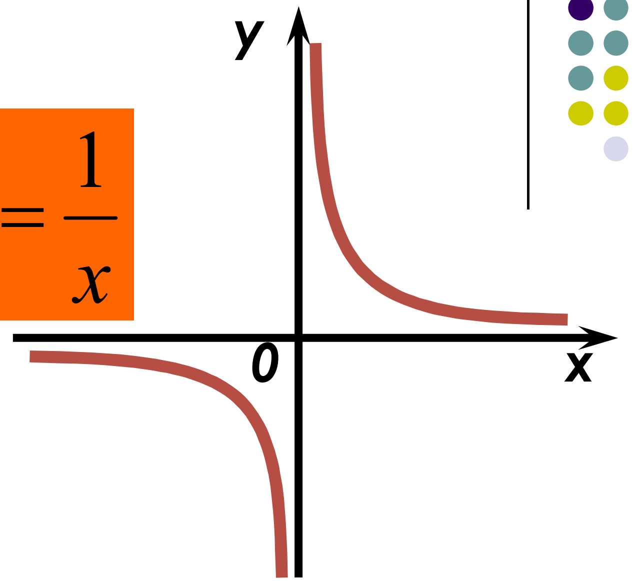
Тригонометрические функции



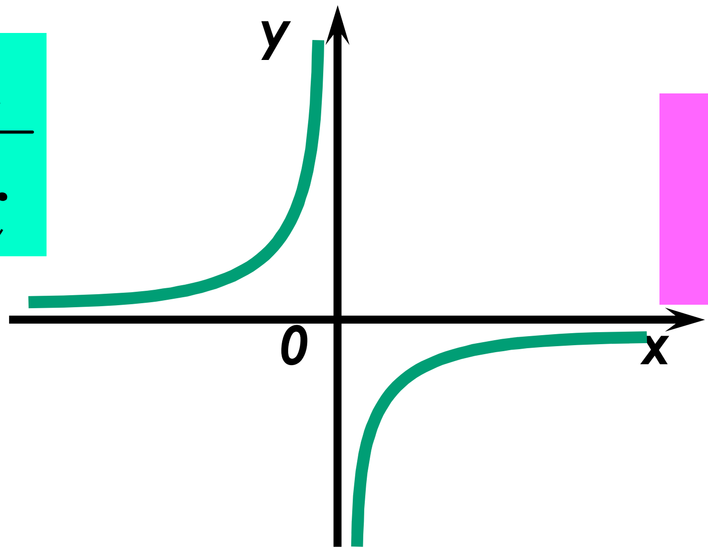
$y = x^2$



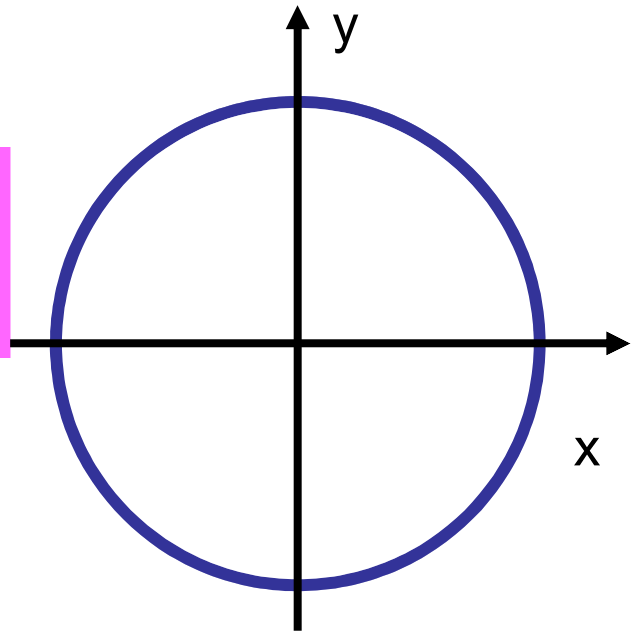
$y = \frac{1}{x}$



$y = -\frac{1}{x}$



?



Кривые второго порядка

- **Окружность**
- **Эллипс**
- **Гипербола**
- **Парабола**
- **Циклоида**
- **Кардиоида**
- **Гипоциклоиды**

Уравнение второй степени с двумя переменными

- Уравнение второй степени с двумя переменными определяет на плоскости кривую второго порядка и притом единственную.

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0$$

- Чтобы составить уравнение кривой, нужно установить зависимость между координатами **x** и **y** произвольной точки, принадлежащей множеству точек плоскости, и параметрами (постоянными величинами, заданными в условии конкретной задачи) и записать эту зависимость в виде уравнения.

Окружность и ее уравнение

Окружностью называется множество всех точек плоскости, равноудаленных от одной точки, называемой *центром.*

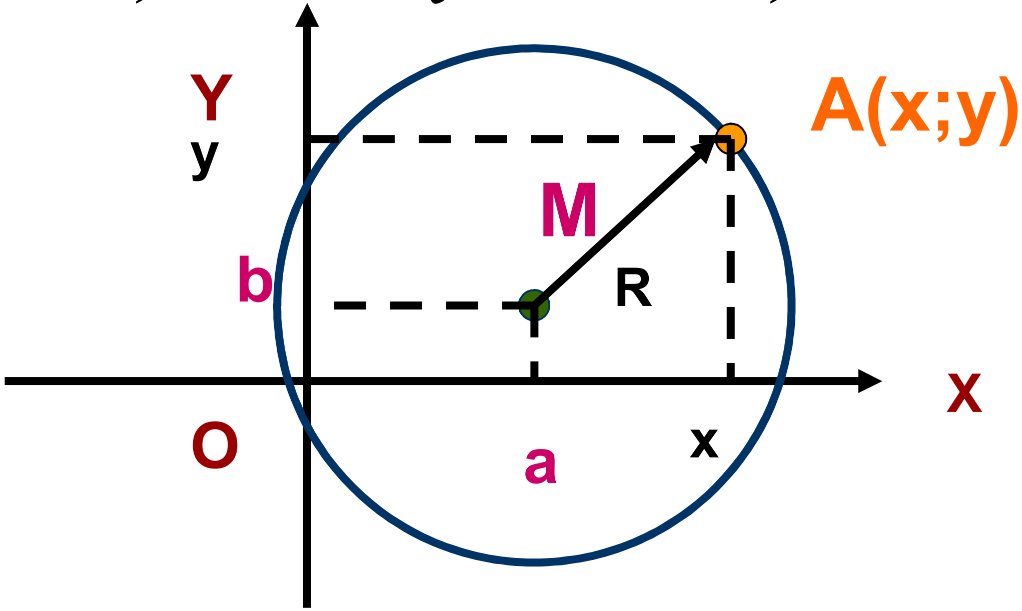
Пусть центром окружности является точка M(a;b), а расстояние до любой точки A(x;y) окружности равно R.

Согласно формуле расстояния между двумя точками имеем

$$R^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$

Каноническое уравнение окружности

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

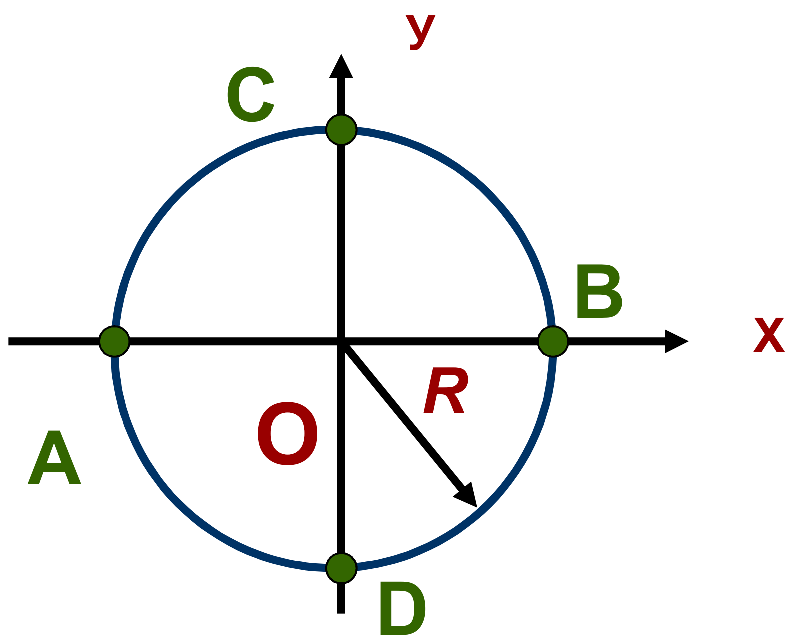


R- радиус окружности с центром в т.M(a;b)

Окружность

Если

a=0 ;
b=0



Свойства:

1) **Осей симметрии - бесконечное множество;**
2) **Центр симметрии – в центре окружности;**
3) **Точки пересечения с осями координат :A(-r;0), B(r;0).C(0;r),D(0;-r)**

Каноническое уравнение окружности

$$x^2 + y^2 = R^2$$

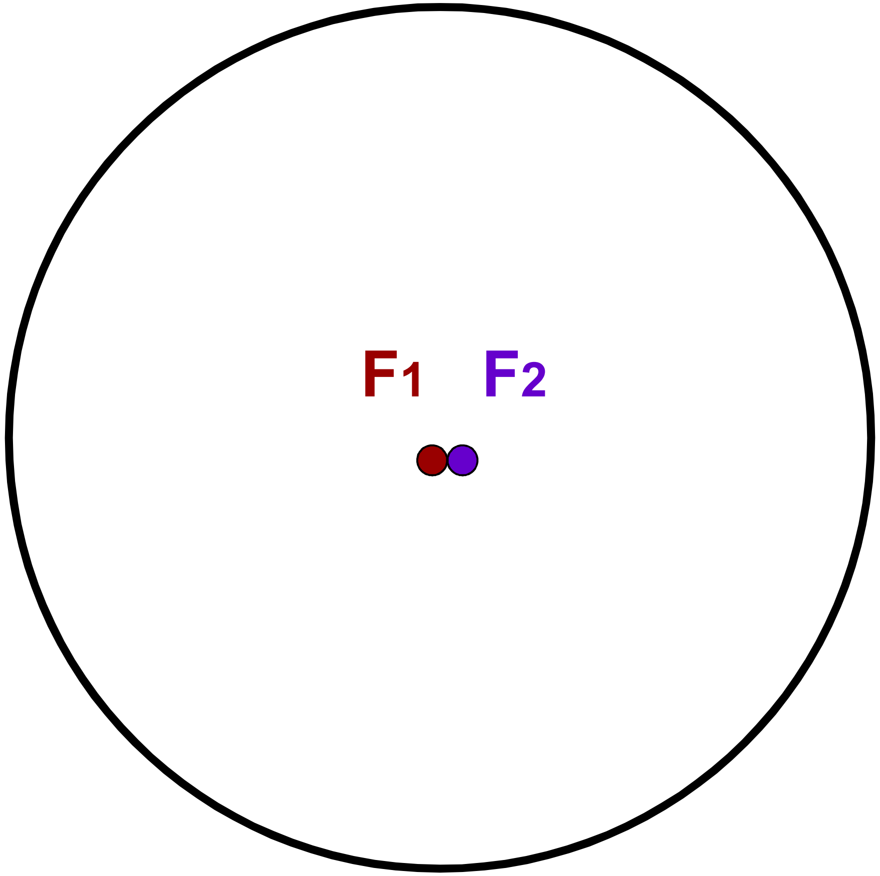
R- радиус окружности

центр - начало координат т.О(0;0)

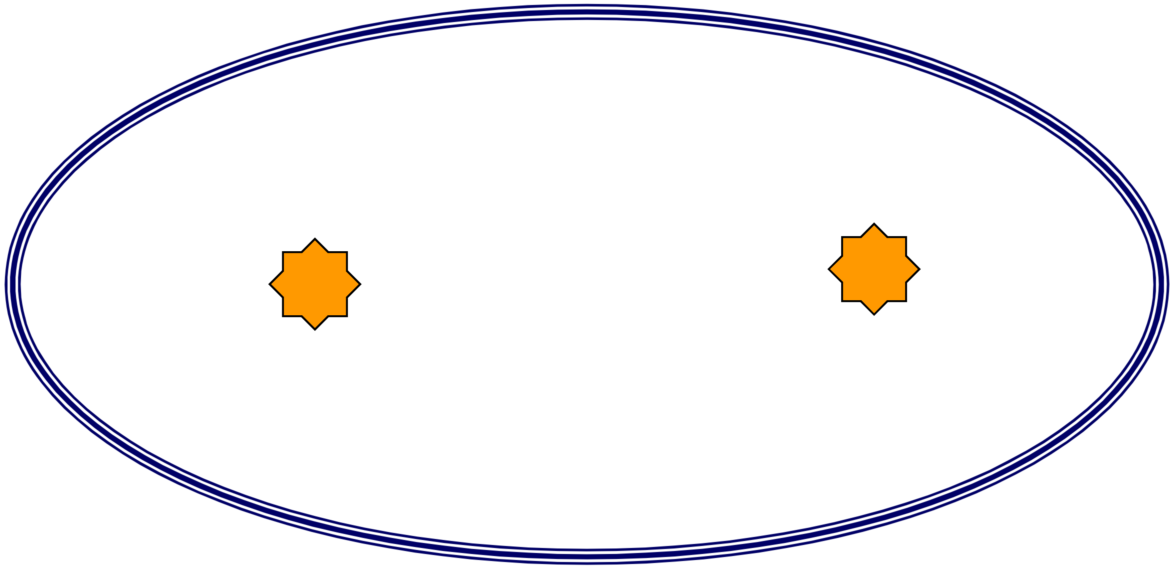
Решить задачи

- 1) Определить координаты центра окружности и ее радиус, если каноническое уравнение имеет вид:
- а) $x^2 + y^2 = 25$ б) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$
- Ответ: а) т.О(0;0);R=5 б) т.А(3;-2);R=4
- 2) Составить уравнение окружности с центром в т.М(-4;1) и радиусом R=3
- Ответ: $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 9$

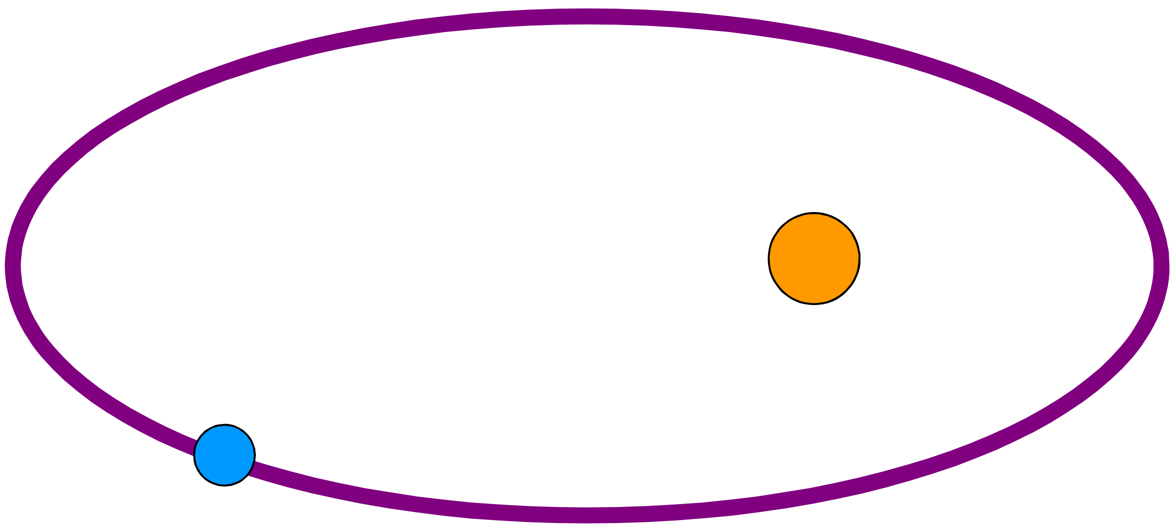
Вывод :окружность – частный случай эллипса



Эллипс



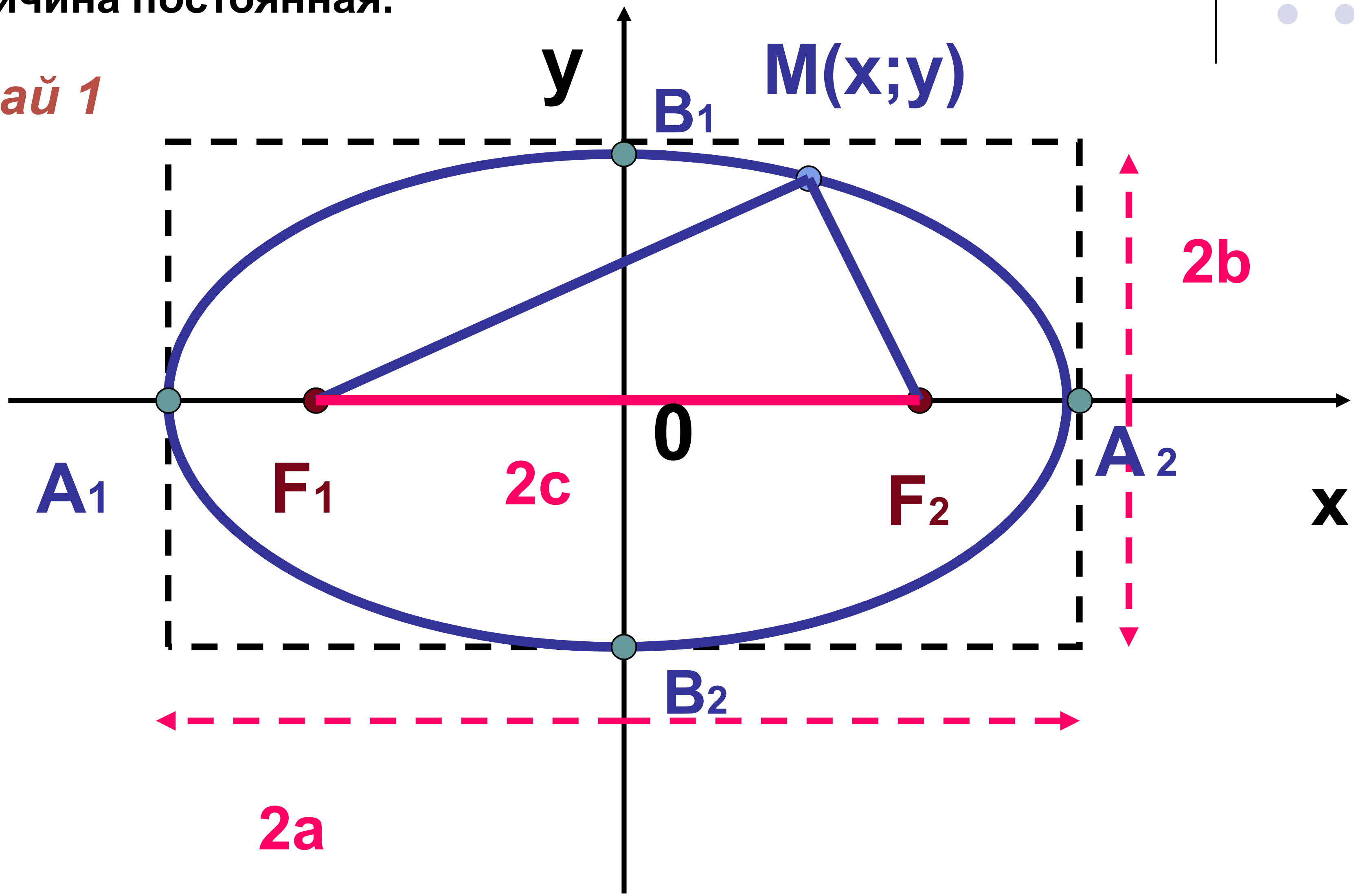
Орбита Земли вокруг Солнца- эллипс, в одном из фокусов которого, находиться Солнце



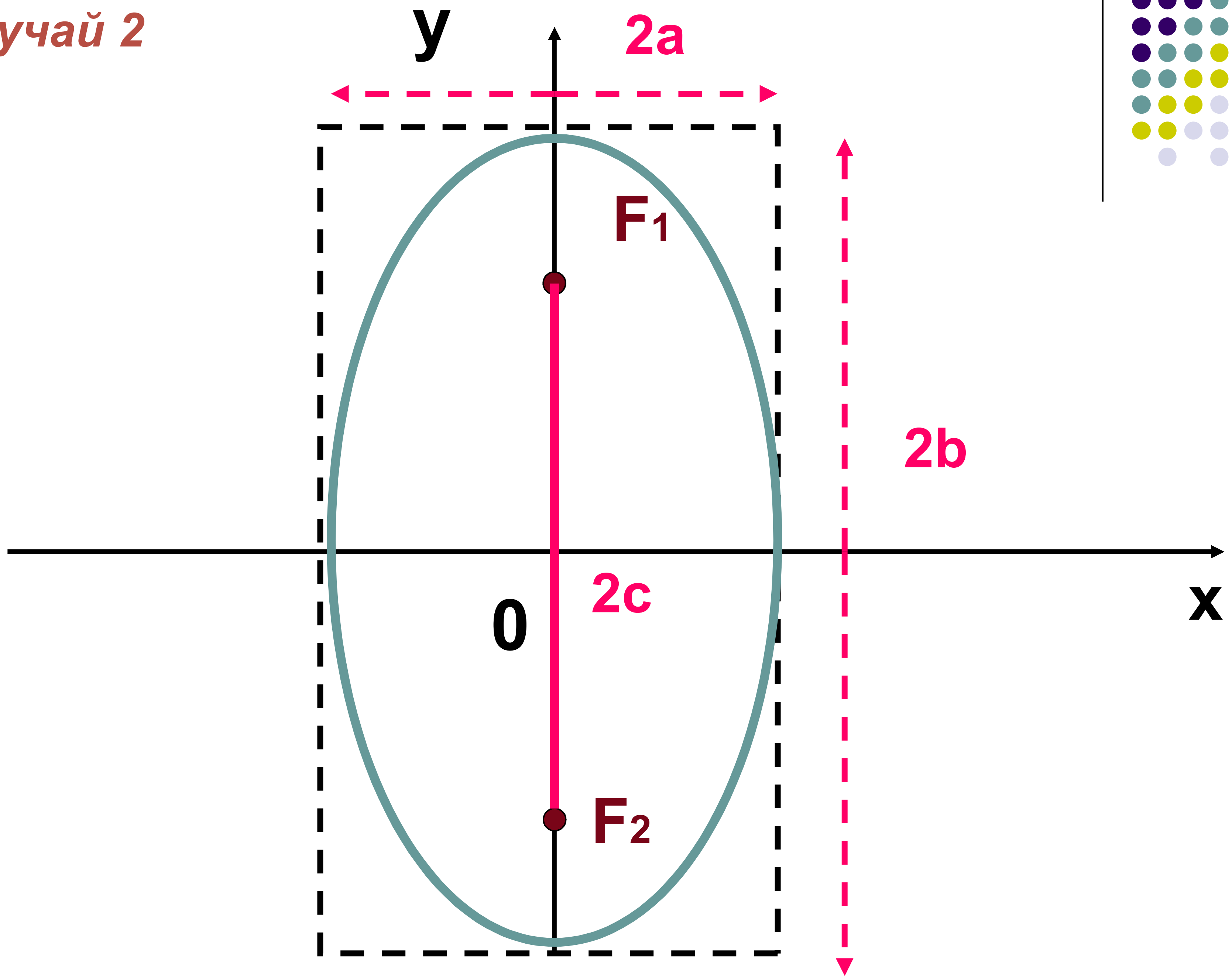
Эллипс

Эллипсом называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых до данных, называемых фокусами, величина постоянная.

Случай 1



Случай 2



Каноническое уравнение эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Случай 1

$$a^2 = b^2 + c^2$$

a- большая полуось эллипса

b- малая полуось эллипса

Случай 2

$$b^2 = a^2 + c^2$$

b - большая полуось эллипса

a- малая полуось эллипса

Свойства эллипса

1) **Симметрия эллипса:**

a) оси координат являются осями симметрии;

b) ось, на которой лежат фокусы эллипса, называется *фокальной осью*;

c) точка пересечения осей симметрии – центр эллипса (начало координат).

2) **Точки пересечения с осями симметрии:**

a) точки пересечения с осями симметрии называются его вершинами. Вершины имеют координаты: A1(a,0),A2(-a,0), B1(0,b), B2(0,-b);

3) **Форма эллипса:**

a) эллипс расположен внутри прямоугольника со сторонами 2a и 2b;

b) Число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ **или** $\varepsilon = \frac{c}{b}$ **называется эксцентриситетом**

c) если ε мал, то эллипс близок к окружности, если ε близок к 1, то эллипс вытянут. (для окружности ε =0); $0 \le \varepsilon < 1$

Решить задачу

- 1) Найти координаты фокусов, длины осей и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением

$$2x^2 + y^2 = 32$$

- Решение:
- Приведем уравнение к каноническому виду.
- Для этого разделим все его члены на 32:

$$\frac{2x^2}{32} + \frac{y^2}{32} = \frac{32}{32}; \quad \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{32} = 1 \qquad b^2 - a^2 = c^2$$

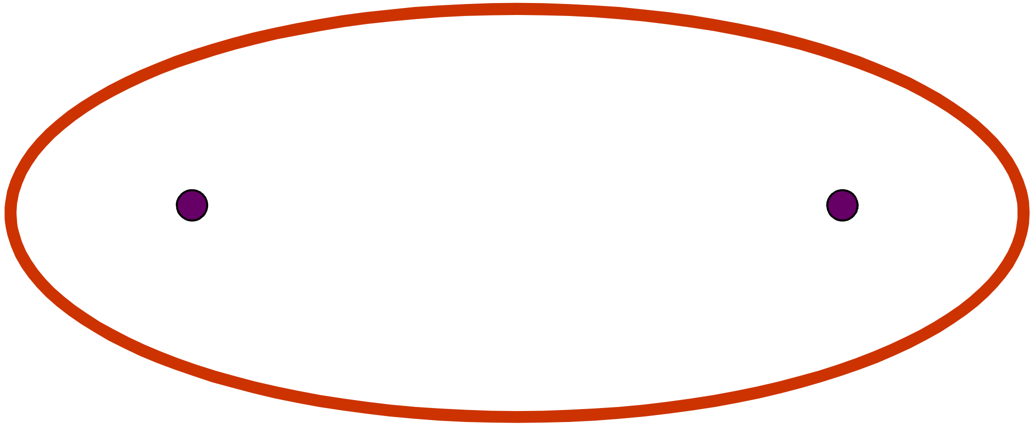
$$a^2 = 16 \qquad b^2 = 32 \qquad c^2 = 16; c = 4 \qquad F_1(0;4); F_2(0;-4)$$

$$\varepsilon = \frac{c}{b} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = 0{,}705$$

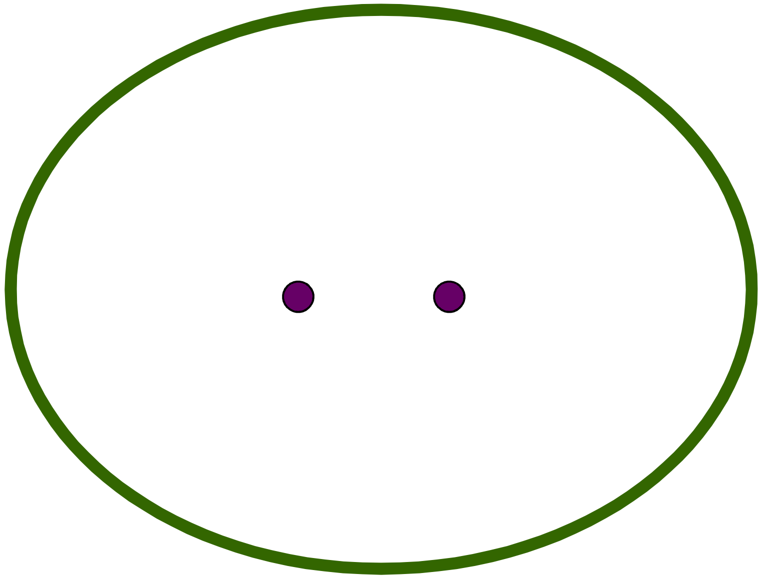
Ответ: a = 4; $b = 4\sqrt{2}$ $F_1(0;4); F_2(0;-4)$

$\varepsilon = 0{,}705$

Форма эллипса и эксцентриситет

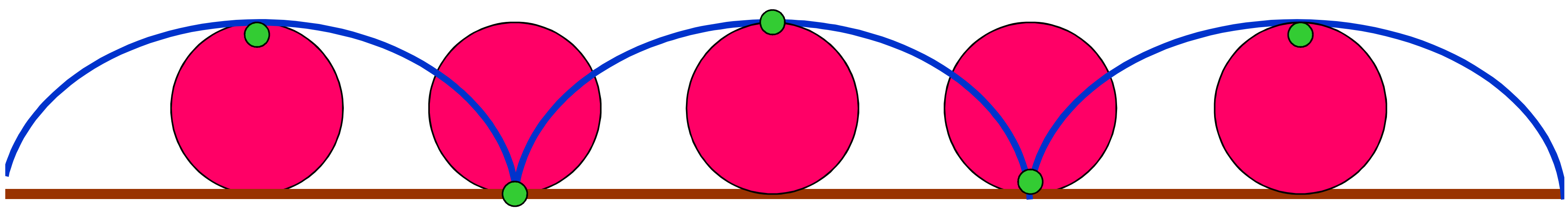


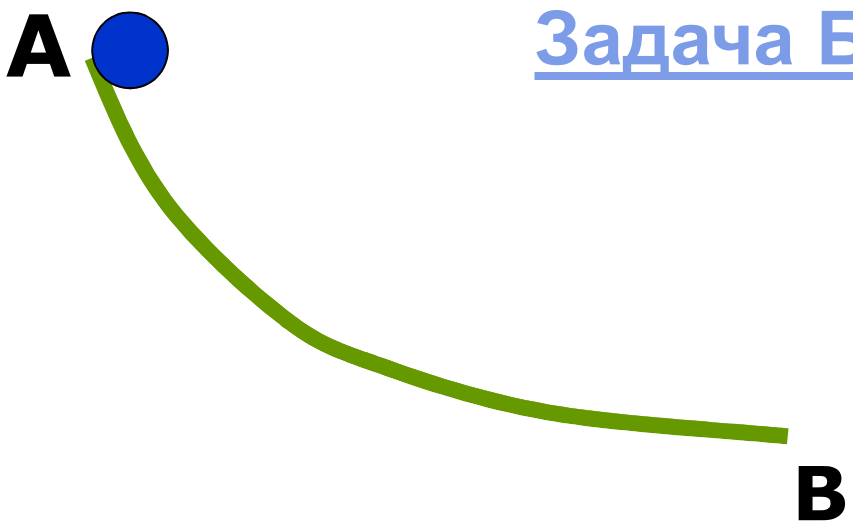
$$\varepsilon \approx 1$$



$$\varepsilon \approx 0$$

Циклоида



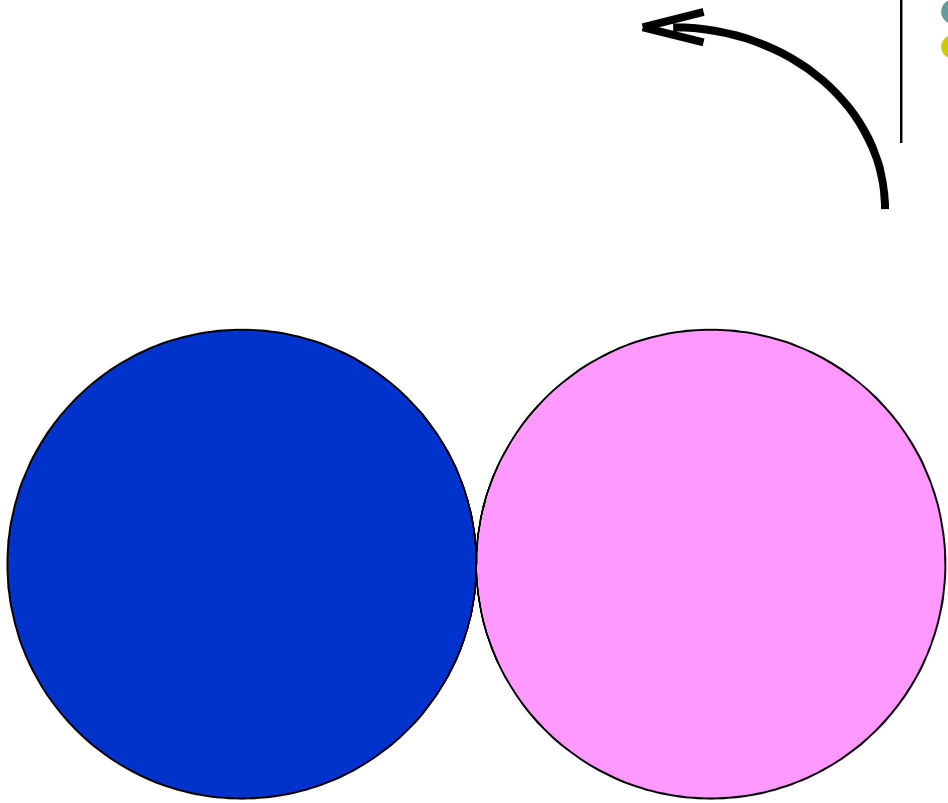


Задача Бернулли

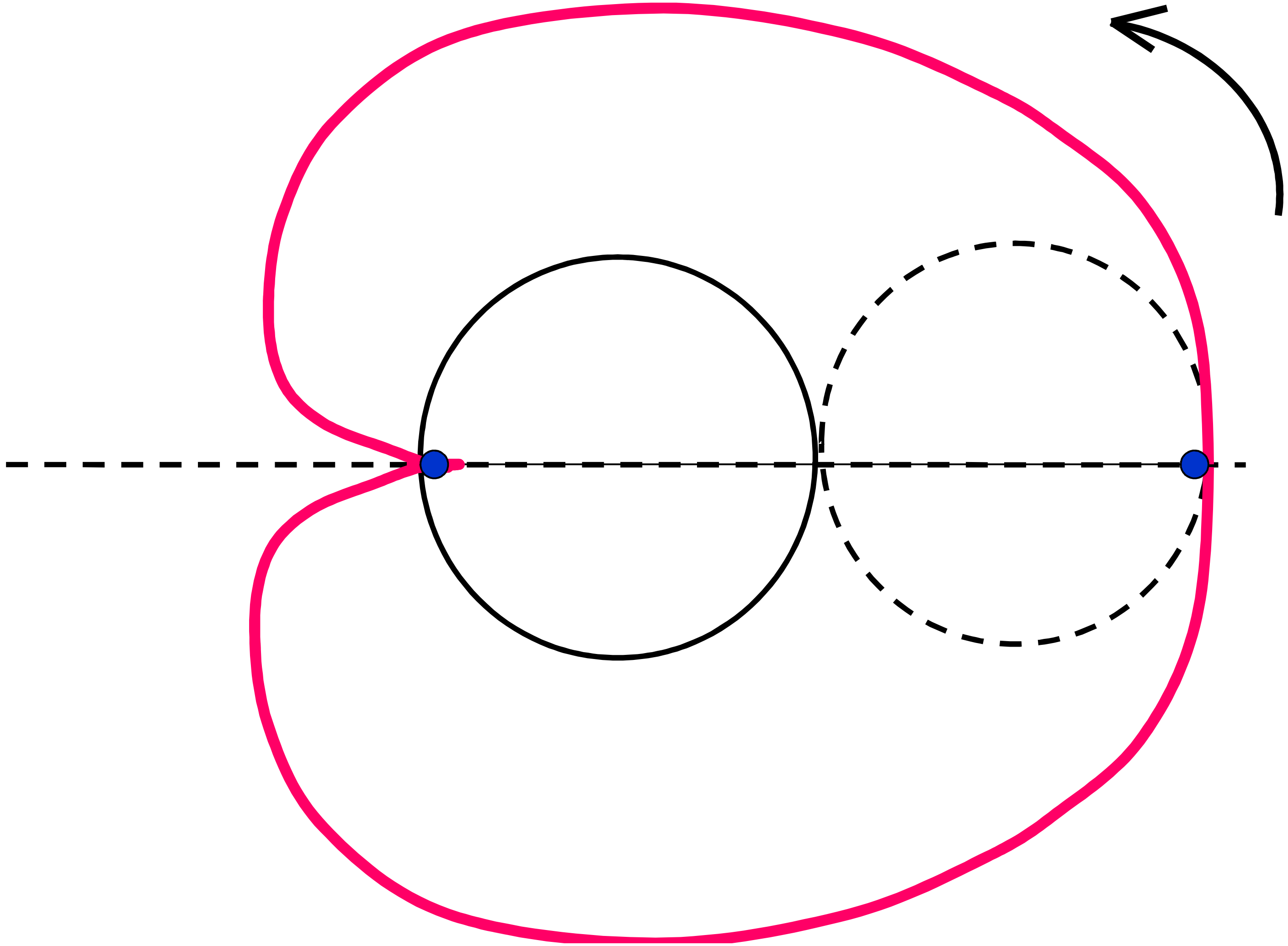
Замечательное свойство циклоиды открыл швейцарский математик Иоганн Бернулли

Чтобы металлический шарик скатился по гладкому желобу из т.А в т.В под действием собственного веса за кратчайшее время, желоб должен быть выгнут в форме циклоиды

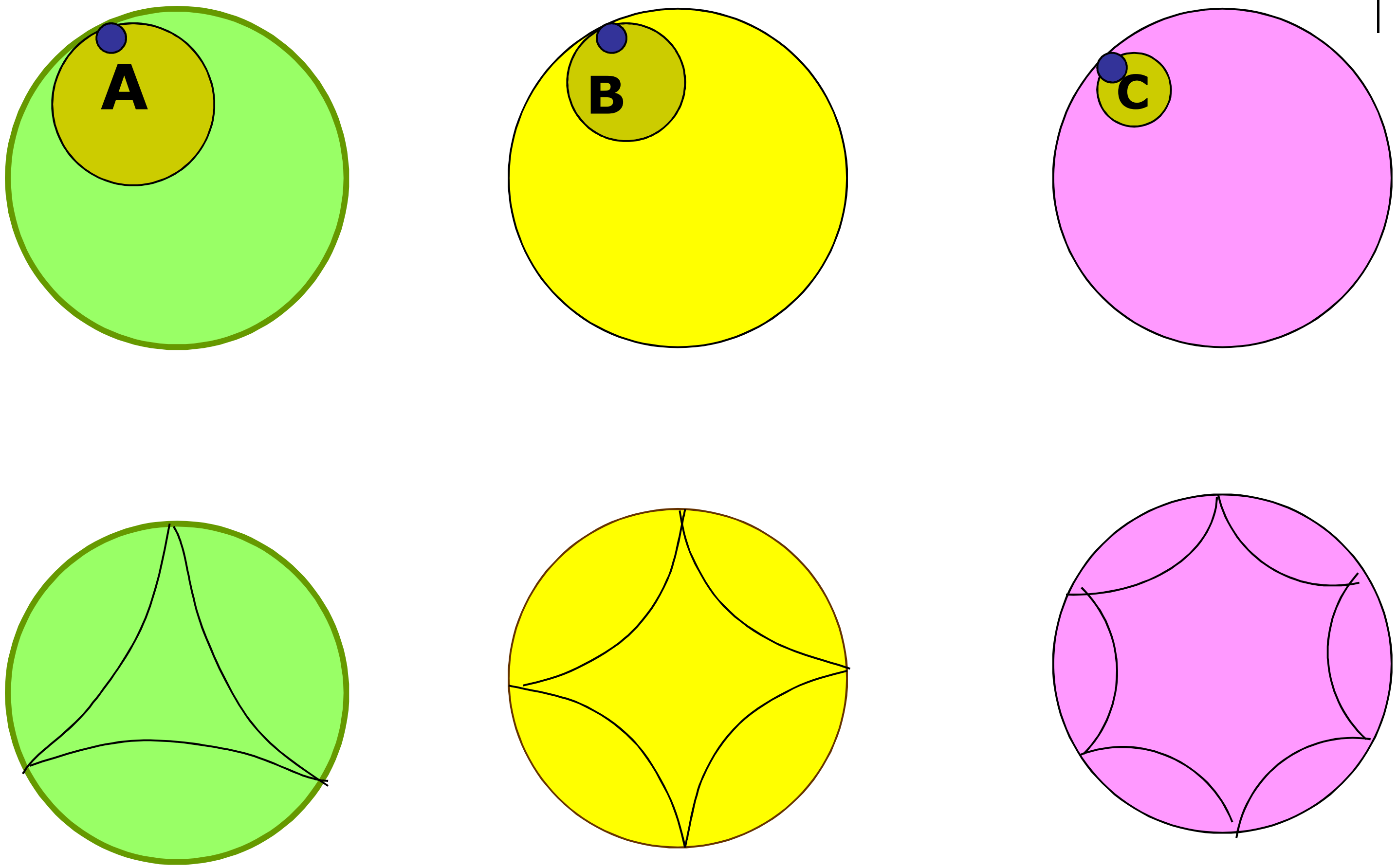
Как получить кардиоиду



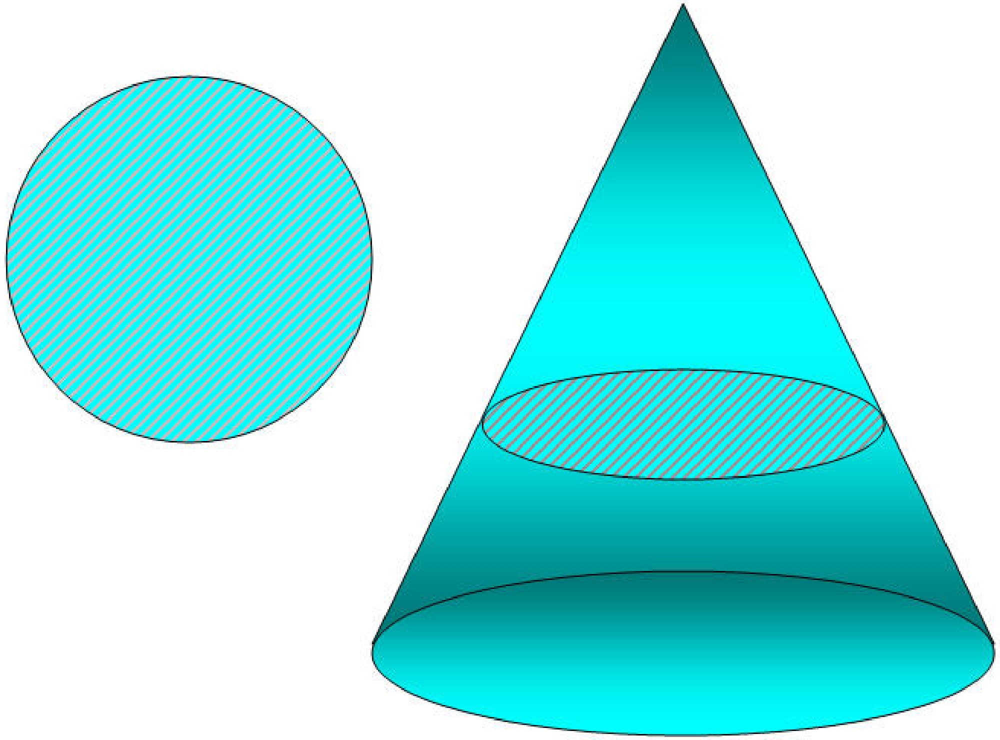
Кардиоида



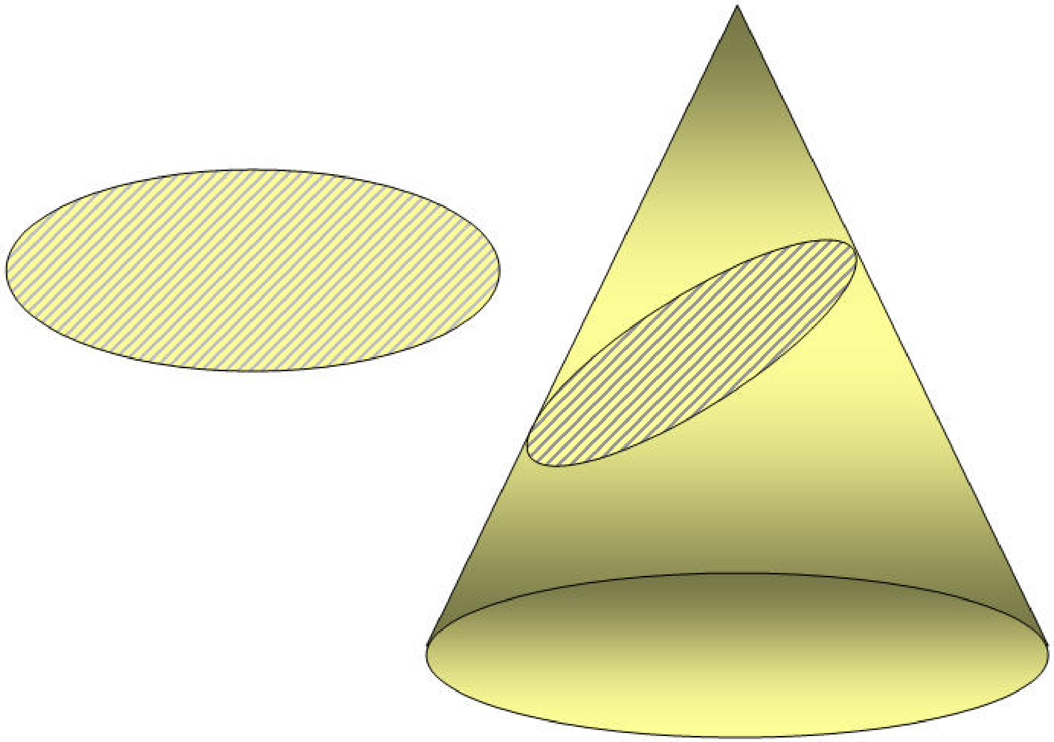
Гипоциклоиды



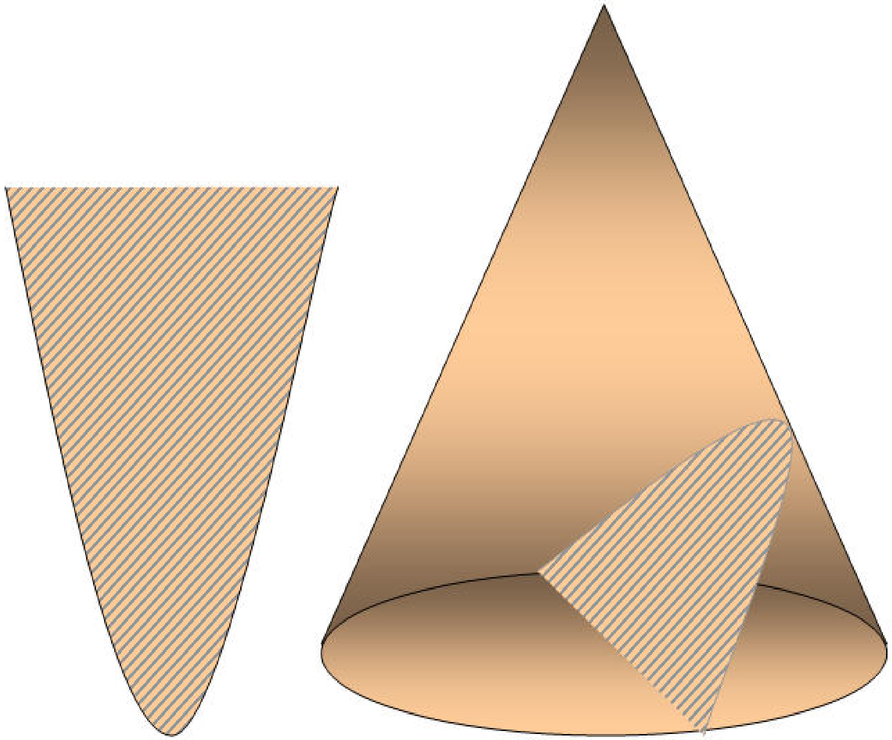
Граница сечения конуса, параллельного основанию, есть окружность



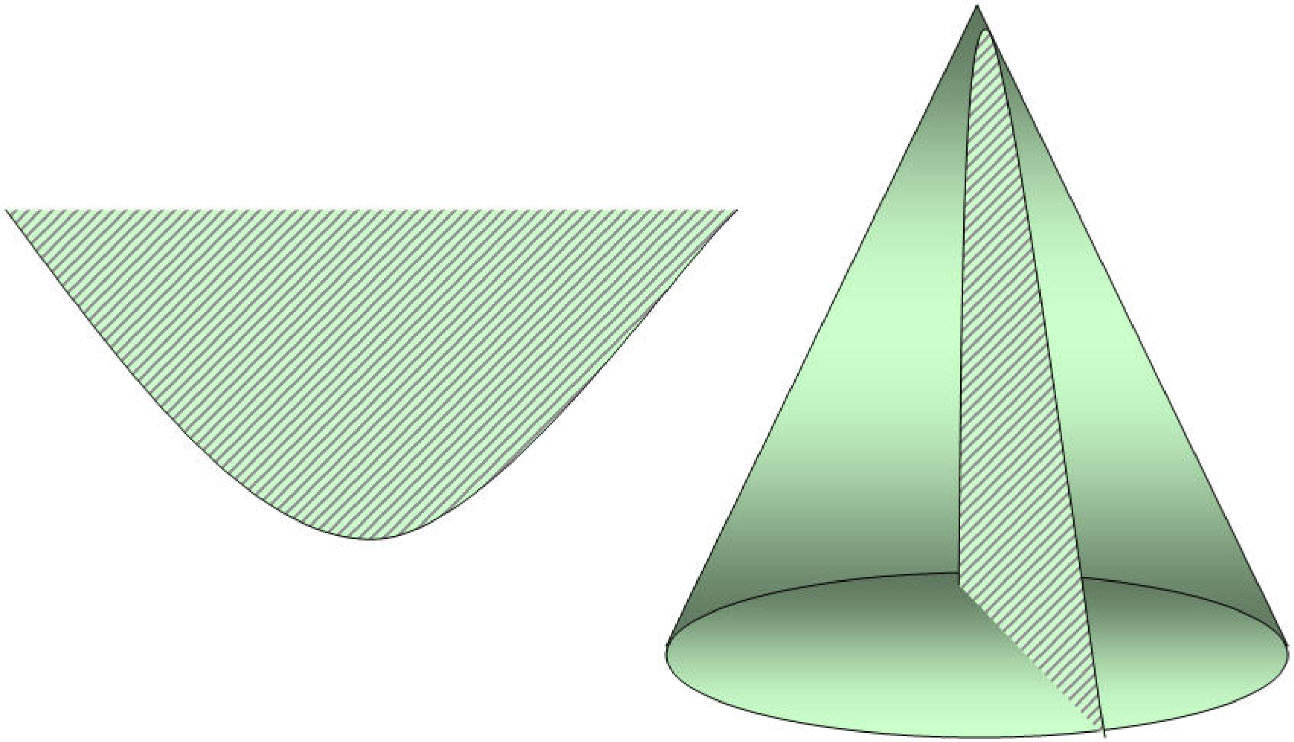
Граница сечения, проходящего под углом к основанию конуса и не пересекающего это основание, есть эллипс



Граница сечения, проходящего под углом к основанию конуса и пересекающего это основание, есть парабола



Граница сечения, проходящего параллельно оси конуса, есть гипербола



ОТВЕТЫ

- Вариант 1:

1)а) O(0,0);R=6; б) M(-5;5); R=1; 2)$(x-7)^2+(y+2)^2=4$

- Вариант 2:

1)а) O(0,0);R=4; б) M(5;6); R= $\sqrt{2}$; 2) $(x-4)^2+(y-2)^2=1$

- Вариант 3:

1)а) O(0,0);R=7; б) M(-3;3); R= $2\sqrt{3}$; 2) $(x+5)^2+(y-2)^2=9$

- Вариант 4:

1)а) O(0,0);R=8; б) M(7;1); R=1; 2)$(x-3)^2+(y+2)^2=16$

- Вариант 5:

1)а) O(0,0);R=10; б) M(-1;-3); R=4; 2) $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

- Вариант 6:

1)а) O(0,0);R=9; б) M(6;6); R=3; 2) $(x-4)^2+(y-6)^2=100$

Спасибо за внимание