Задания 22 группа с 15 июня по 19 июня

«ПРЕДМЕТ» МАТЕМАТИКА 22 группа

Преподаватель: Шпакова Е.Н.

Дата: 15 -19 мая

(Смотрите конспекты и интернет ресурсы)

Тема:

15.06.2020 г Повторение по теме: «Производная функции».
15.06.2020 г Повторение по теме: «Интегральное исчисление».
16.06.2020 г Повторение по теме: «Многогранники».
16.06.2020 г Повторение по теме: «Тела поверхности и вращения».
Консультация: Выполнить работу, сравнить с ответами. Вопросы по работе присылаем.

Опорный конспект по теме «Производная»

Таблица производных элементарных функций

Функция	**Производная**
Постоянная	$(C)' = 0,\ C = const$
Степенная	$(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$, $\alpha \in R$
Показательная	$(a^x)' = a^x \ln a,\ a > 0,\ a \neq 1$
Экспоненциальная	$(e^x)' = e^x$
Синус	$(\sin x)' = \cos x$
Косинус	$(\cos x)' = -\sin x$
Тангенс	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x},\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$
Котангенс	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x},\ x \neq \pi k,\ k \in Z$
Логарифмическая	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a},\ x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$
Натуральный логарифм	$(\ln x)' = \frac{1}{x},\ x > 0$

Геометрический и механический смыслы производной.

Геометрический смысл производной состоит в существовании в точке $\mathbf{x_0}$ графика непрерывной функции $\mathbf{f(x)}$ невертикальной касательной, угловой коэффициент которой равен тангенсу угла наклона касательной с положительным направлением оси абсцисс $\mathbf{k = tg\alpha = f'(x_0)}$).

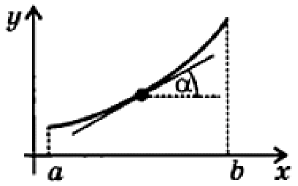
Механический смысл производной состоит в том,что $\mathbf{S'(t) = v(t)}$, $\boldsymbol{V'(t) = a(t)}$

Основные правила вычисления производных

Название правила	Математическое описание
Производная суммы функций	$(f+g)' = f' + g'$
Производная разности функций	$(f-g)' = f' - g'$
Производная произведения функций	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
Производная частного функций	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$, $g \neq 0$
Производная сложной функции	$\left(g(f(x))\right)' = g'(y)f'(x)$

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИЙ

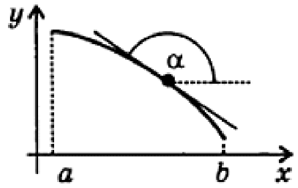
МОНОТОННОСТЬ



$0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Достаточное условие возрастания функции

Если в каждой точке интервала $(a; b)$ $f'(x) > 0$, то функция $f(x)$ монотонно возрастает на этом интервале.



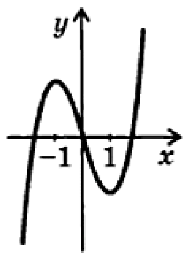
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Достаточное условие убывания функции

Если в каждой точке интервала $(a; b)$ $f'(x) < 0$, то функция $f(x)$ монотонно убывает на этом интервале.

Замечание. Приведенные условия являются только *достаточными* условиями монотонности, но не являются необходимыми. Например, функция $y = x^3$ возрастает во всей области определения, хотя ее производная $y' = 3x^2$ обращается в нуль при $x = 0$.

Пример исследования функции на монотонность:

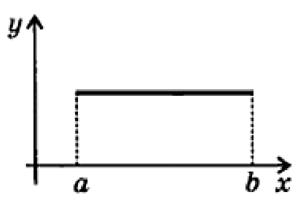


$y = x^3 - 3x$

$y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$

$y' > 0$ при $x \in (-\infty; -1)$ и при $x \in (1; \infty)$, следовательно, при $x \in (-\infty; -1)$ и при $x \in (1; \infty)$ функция возрастает

$y' < 0$ при $x \in (-1; 1)$, следовательно, при $x \in (-1; 1)$ функция убывает



Необходимое и достаточное условие постоянства функции

Функция $f(x)$ постоянна на интервале $(a; b)$ тогда и только тогда, когда $f'(x) = 0$ в каждой точке этого интервала.

ЭКСТРЕМУМЫ

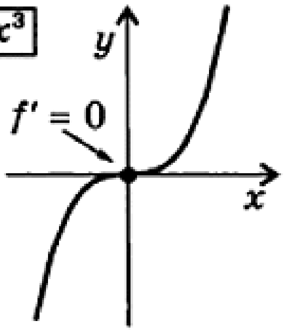
НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ЭКСТРЕМУМА

> Если x_0 — точка экстремума функции $y = f(x)$, то эта точка является *критической* точкой данной функции, т.е. в этой точке производная либо равна нулю, либо она не существует.

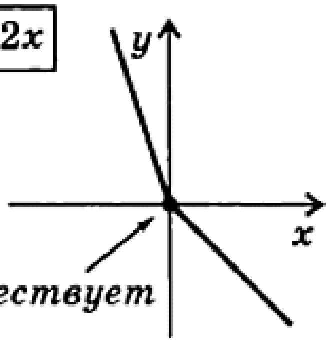
Замечание. Приведенное условие является только *необходимым* условием экстремума, но не является достаточным: критическая точка не обязательно является точкой экстремума.

Примеры отсутствия экстремума в критической точке $x = 0$:

$\boxed{y = x^3}$



$\boxed{y = |x| - 2x}$



ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ЭКСТРЕМУМА

Если функция $y = f(x)$ непрерывна в точке x_0 и производная $f'(x)$ меняет знак в этой точке, то x_0 — точка экстремума функции $y = f(x)$.	
Если $f'(x) > 0$ при $x < x_0$, $f'(x) < 0$ при $x > x_0$, то x_0 — точка максимума.	Если $f'(x) < 0$ при $x < x_0$, $f'(x) > 0$ при $x > x_0$, то x_0 — точка минимума.

Замечание. В самой точке x_0 производной у функции $y = f(x)$ может не существовать.

Примеры экстремумов:

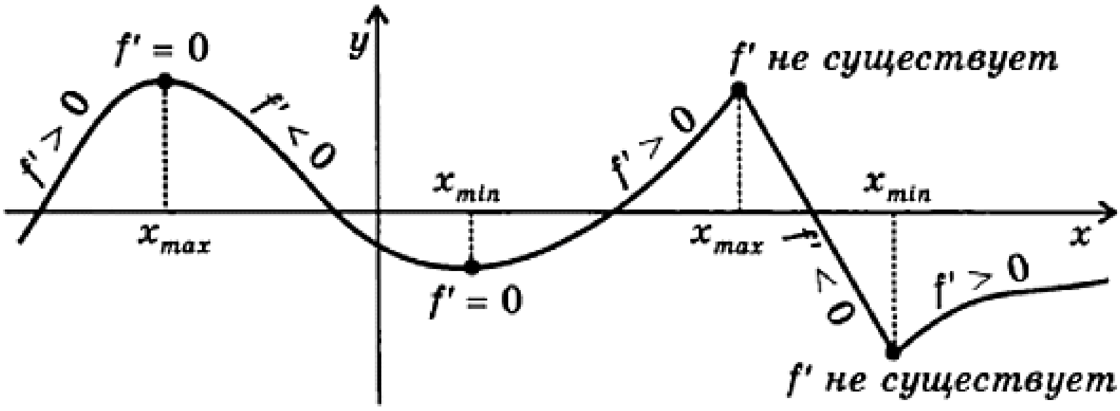
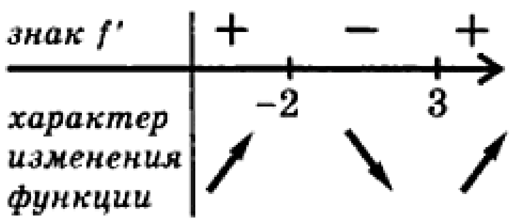


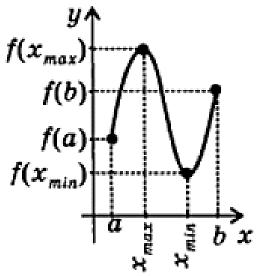
СХЕМА ПРИМЕНЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ МОНОТОННОСТИ И ЭКСТРЕМУМОВ

Этапы	**Пример** для функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 5$
1. Найти область определения функции и интервалы, на которых функция непрерывна.	Обл. определения: R Функция непрерывна во всей обл. определения
2. Найти производную $f'(x)$.	$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$
3. Найти критические точки, т.е. точки, в которых производная функции равна нулю или не существует.	$f'(x) = 0$ при $x = -2$, $x = 3$
4. В каждом из интервалов, на которые область определения разбивается критическими точками, определить знак производной и характер изменения функции (с помощью достаточных условий монотонности).	
5. Относительно каждой критической точки определить, является ли она точкой максимума, минимума или не является точкой экстремума.	$x = -2$ точка максимума; $x = 3$ точка минимума
6. Записать результат исследования функции: промежутки монотонности и экстремумы.	$f(x)$ возрастает при $x \in (-\infty; -2)$ и при $x \in (3; \infty)$; $f(x)$ убывает при $x \in (-2; 3)$; $x_{max} = -2$, $y_{max} = f(-2) = 49$; $x_{min} = 3$, $y_{min} = f(3) = -76$

НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ, НЕПРЕРЫВНОЙ НА ОТРЕЗКЕ

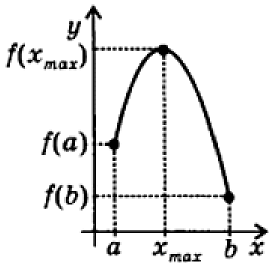
Функция, непрерывная на отрезке, достигает своего наибольшего и наименьшего значений на этом отрезке либо в критических точках, принадлежащих отрезку, либо на его концах.

Примеры:



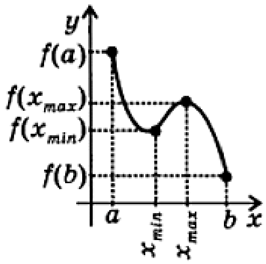
$\max\limits_{[a;\, b]} f(x) = f(x_{max})$

$\min\limits_{[a;\, b]} f(x) = f(x_{min})$



$\max\limits_{[a;\, b]} f(x) = f(x_{max})$

$\min\limits_{[a;\, b]} f(x) = f(b)$



$\max\limits_{[a;\, b]} f(x) = f(a)$

$\min\limits_{[a;\, b]} f(x) = f(b)$

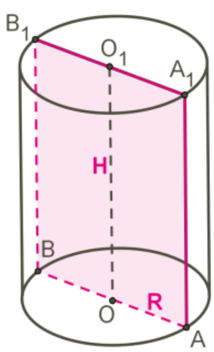
СХЕМА НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЬШЕГО И НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ, НЕПРЕРЫВНОЙ НА ОТРЕЗКЕ

Этапы	**Пример** для функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 5$ на отрезке $[0; 4]$
1. Найти производную $f'(x)$.	$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$
2. Найти на данном отрезке критические точки, т.е. точки, в которых $f'(x) = 0$ или не существует.	$f'(x) = 0$ при $x = -2$ и при $x = 3$. Отрезку $[0; 4]$ принадлежит только одна критическая точка: $x = 3$.
3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка.	$f(0) = 5$; $f(3) = -76$; $f(4) = -59$
4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее и наибольшее.	$\max\limits_{[0;\, 4]} f(x) = f(0) = 5$ $\min\limits_{[0;\, 4]} f(x) = f(3) = -76$

Теория:

Цилиндр

Цилиндр можно получить вращением прямоугольника AA1O1O вокруг одной из его сторон OO1 или прямоугольника AA1B1B вокруг прямой OO1, которая проходит через серединные точки противолежащих сторон.



Прямая OO1 называется **осью** цилиндра, AA1 и BB1 — **образующими**.

Высота H цилиндра совпадает с любым из отрезков OO1 = AA1 = BB1.

Два круга, которые образовались при вращении, называют **основаниями** цилиндра.

Радиусом R = OA = OB цилиндра называется радиус его основания.

Осевым сечением цилиндра называется сечение цилиндра плоскостью, проходящей через его ось. Осевым сечением цилиндра (прямого кругового цилиндра) является прямоугольник, на данном рисунке — прямоугольник AA1B1B.

Развёртка боковой поверхности цилиндра — тоже прямоугольник.

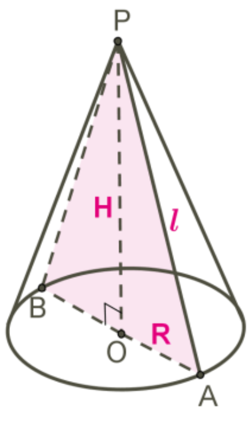
Боковая поверхность прямого кругового цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту:
$S_{бок.}=2\pi RH$.

Полная поверхность цилиндра вычисляется по формуле:
$S=S_{бок.}+2S_{осн.}=2\pi RH+2\pi R2$.

Для объёма прямого кругового цилиндра верно:
$V=\pi R2H$.

Конус

Конус можно получить вращением прямоугольного треугольника POA вокруг одного из его катетов PO или равнобедренного треугольника APB вокруг прямой PO, проходящей через вершину P и середину O основания треугольника.

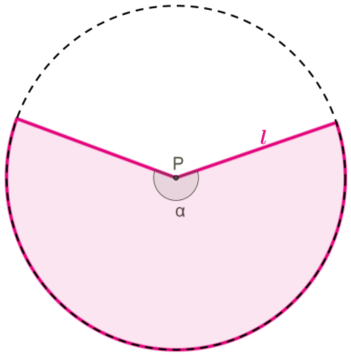


Осью прямого кругового конуса называется прямая PO, содержащая его **высоту** H.

Осевое сечение конуса, проходящее через его вершину, представляет собой равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны PA и PB являются **образующими** l конуса.

Радиус конуса $R = OA = OB$ — это радиус основания.

Развёртка боковой поверхности конуса представляет собой круговой сектор.



Радиус этого сектора равен образующей конуса, то есть равен l, а длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса, то есть равна $2\pi r$.

Площадь боковой поверхности конуса определяется как площадь данного кругового сектора:

$S_{бок.}=\frac{\pi l^2\cdot\alpha^\circ}{360^\circ}$.

Если рассмотреть длину окружности основания конуса как длину дуги кругового сектора, получаем:

$2\pi R=\frac{2\pi l\cdot\alpha^\circ}{360^\circ};\ 2\pi R=\frac{\pi l\cdot\alpha^\circ}{180^\circ};\ \alpha^\circ=\frac{2\pi R\cdot180^\circ}{\pi l}=\frac{R\cdot360^\circ}{l};\ S_{бок.}=\frac{\pi l^2\cdot\alpha^\circ}{360^\circ}=\frac{\pi l^2\cdot R\cdot360^\circ}{360^\circ\cdot l}=\pi Rl$.

$S_{бок.}=\pi Rl$ — ещё одна формула для определения боковой поверхности конуса.

Полная поверхность конуса:

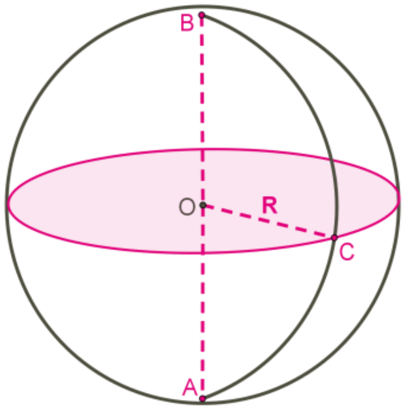
$S=S_{бок.}+S_{осн.}=\pi Rl+\pi R^2$.

Объём конуса находим по формуле:

$V=\frac{1}{3}\pi R^2H$.

Шар и поверхность шара — сфера

Сфера получается при вращении полукруга или круга вокруг его диаметра AB как оси.



Граница шара называется **шаровой поверхностью**, или **сферой**.

Таким образом, точками сферы являются все точки шара, которые удалены от центра O на расстояние, равное **радиусу** R.

Любой отрезок, такой как OA, OB и OC или другие, соединяющие центр шара с точкой шаровой поверхности, также называется радиусом.

Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром**, как AB на рисунке. Концы любого диаметра называются **диаметрально противоположными точками** шара.

Сечение шара плоскостью, проходящей через его центр, называется **большим кругом**, а сечение сферы — **большой окружностью**.

Поверхность сферы:

$S=4\pi R2$.

Объём шара:

$V=43\pi R3$

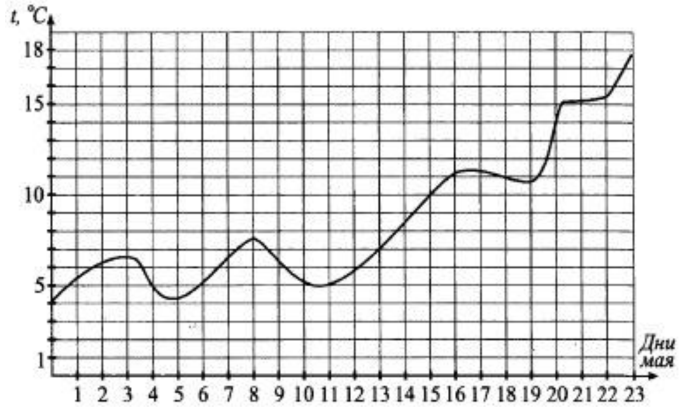
Консультация: Выполнить тренировочную работу к экзамену, сравнить с ответами. Вопросы по работе присылаем.

Ответом на задания 1—12 должно быть целое число или десятичная дробь.

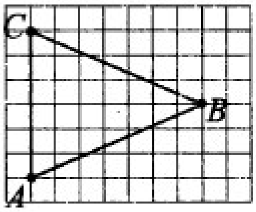
(Задания 1 – 12 по 1 баллу за каждое)

1. Магазин покупает средство от комаров по 140 рублей за флакон и продаёт с наценкой 25%. Какое наибольшее число флаконов можно купить в этом магазине на 3000 рублей?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха с 1 по 23 мая. По горизонтали отмечены числа месяца, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку, какого числа в период с 3 по 12 мая температура достигла наибольшего значения.



3. Найдите биссектрису треугольника ABC, проведённую из вершины B, если стороны квадратных клеток равны 1 см

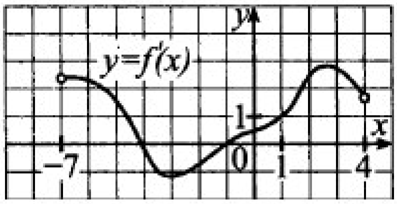


4. Конференция проводится в течение 6 дней. Всего запланировано 80 докладов, в первый день — 10 докладов, во второй и третий дни — по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым, пятым и шестыми днями. Какова вероятность того, что доклад профессора К. окажется запланированным на последний день конференции?

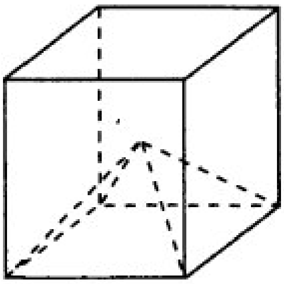
5. Найдите корень уравнения log4(17 — 2x) = log4 7.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, AB = 144, sin A = 5/6. Найдите BH.

7. На рисунке изображён график y = f'(x) — производной функции f(x), определённой на интервале (-7; 4). В какой точке отрезка [— 1; 3] функция f(x) принимает наибольшее значение?



8. Объём куба равен 60. Найдите объём четырёхугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной — центр куба.



9. Найдите значение выражения ,

$$16\cos(\pi + \beta) \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \beta\right)$$

Если Cosβ = 1/2

10. Найдите sin a, если $\cos\alpha = -\sqrt{0{,}19},\ 180° < \alpha < 270°.$

11. Грузовик перевозит партию песка массой 392 тонны, ежедневно увеличивая норму на одно и то же число тонн. За первый день было вывезено 2 тонны песка, а весь груз был перевезён за 16 дней. Сколько тонн было перевезено за двенадцатый день?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 5x + 5$ на отрезке [1; 25].

При выполнении заданий 13 – 18 запишите ход решения и полученный ответ. (Задания 13 – 18 по 1 баллу за каждое)

13. Даны векторы $\vec{a}\{3; 0; -2\}$ и $\vec{b}\{-1; 5; 2\}$. Найдите координаты $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$

14. Найдите значение выражения $\frac{8}{\sqrt[3]{32}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

15. Решите неравенство**:** **:** $2 - \log_3 2x \geq 0$

16. Решите уравнение: $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

17. Решите уравнение: $\frac{1}{3}\sqrt{x+2} = 9$

18. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{4}\right)^{12-3x} = 64$

Часть 2.

При выполнении заданий 19 —22 требуется записать подробный ход решения и ответ. (Задания 19 – 22 по 3 балла за каждое)

19. Докажите тождество:
$2\sin\alpha\ \cos\alpha\ \cos2\alpha = \frac{1}{2}\sin4\alpha$

20. Найдите решение уравнения $(\sin x + \cos x)^2 - 1 = 0$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$

21. Исследуйте функцию и постройте её график:
$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - x$$

22. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции $f(x) = x^2 + 8x + 16$ и прямой $x = -2$

Ответы

1.	17
2.	8
3.	7
4.	0,15
5.	5
6.	100

7.	3
8.	10
9.	4
10.	-0,9
11.	35
12.	5
13.	{5;5;-2}
14.	2
15.	(-∞;4,5]
16.	$\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{3} + 4\pi n$, $n \in Z$
17.	727
18.	5

Задание: Сделать конспект в тетрадь и выучить материал по данным темам. Разобрать примеры задач и законспектировать в тетрадь задачи.

Консультации:

(вопросы и присылать ответы на задания по эл.почте elena.shpakova@mail.ru)
Понедельник-Пятница с 10-12 ч.

ПРЕДМЕТ «Русский язык»
Преподаватель: Елагина О.Н.

Дата:16.06

Тема: Повторение и обобщение изученного.
Задание: Решение тестов формата ЕГЭ

Дата:16.06

Тема: Повторение и обобщение изученного.
Задание: Решение тестов формата ЕГЭ

Дата:17.06

Тема: Повторение и обобщение изученного.
Задание: Решение тестов формата ЕГЭ