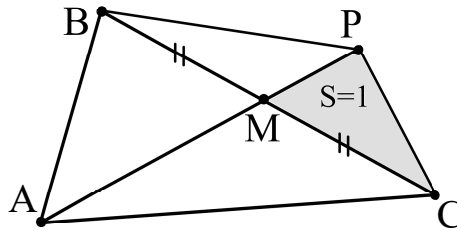
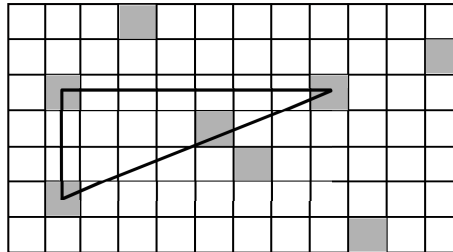


Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2023-2024 уч.год
9 класс

1. При каких значениях b один из корней уравнения $x^2 + bx + 2023 = 0$ в семь раз больше другого?
2. Точка P лежит на продолжении медианы AM треугольника ABC так, что $MP = \frac{1}{2}AM$. Найдите площадь треугольника ABC , если площадь треугольника $СМР$ равна 1.



3. Клетки бесконечной клетчатой плоскости раскрашены в два цвета. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник, вершины которого расположены в центрах клеток, катеты которого параллельны линиям сетки, с длинами катетов не меньшими, чем 3 клетки, все три вершины которого раскрашены в один цвет.
Пример такого треугольника показан на рисунке.



4. Существуют ли 9 таких простых чисел $p_1, p_2, p_3, \dots, p_9$, что $p_1^2 - 1$ делится на p_2 , $p_2^2 - 1$ делится на p_3 , $p_3^2 - 1$ делится на p_4 , и так далее, $p_8^2 - 1$ делится на p_9 , $p_9^2 - 1$ делится на p_1 ?
5. Докажите, что

$$\frac{x}{x + y^2 + z^2} + \frac{y}{x^2 + y + z^2} + \frac{z}{x^2 + y^2 + z} > \frac{1}{10},$$

если $x, y, z \geq 1$, $x + y + z = 25$, $xy + yz + xz = 191$.

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.

Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.

Не забудьте обосновать свои решения задач!