

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2023-2024 уч.год
8 класс

1. В ряд выложены черные и белые шашки, так, что они чередуются через одну. Известно, что из них белых шашек ровно 52%. Сколько черных шашек выложено в ряд?
2. Через вершины A и C треугольника ABC проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла ABC , пересекающие лучи BC и BA в точках K и M соответственно. Какие значения может принимать длина стороны AB , если $BM = 15$ и $CK = 4$?
3. Про неотрицательные числа a , b и c известно, что

$$a^3 = 3b^2 + 3b + 4 \quad b^3 = 3c^2 + 3c + 4 \quad c^3 = 3a^2 + 3a + 4$$

Чему равно произведение $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$?

4. Петя взял шесть последовательных целых чисел и расставил их в каком-то порядке по кругу. Затем он попросил Васю посчитать все суммы соседних чисел. Могло ли у Васи получиться в результате 6 последовательных чисел в каком-то порядке?
5. Пусть $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$. Докажите, что

$$ab + ac + ad + bc + bd + cd \leq 6.$$

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.

Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.

Не забудьте обосновать свои решения задач!