

1. «Модель Большеохтинского моста»

В Санкт-Петербурге существует множество мостов. Один из самых примечательных – Большеохтинский мост. Масса одного стального пролёта этого моста равна 3666 тонн, а высота около 30 м. Какой массой будет обладать точная железная модель одного пролёта этого моста высотой 30 см? Плотность стали $7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, плотность алюминия $2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$



Возможное решение:

- 1) Поскольку модель пролёта будет точная, это значит, что каждый элемент пролёта уменьшится в одинаковое количество раз по сравнению с оригиналом, т.е. в $\frac{30\text{м}}{30\text{см}} = 100$ раз.
- 2) Поскольку каждый линейный размер модели в 100 раз меньше аналогичного линейного размера оригинала, объём модели V_m будет в 100^3 раз меньше, чем объём V_M оригинала.
- 3) Если масса оригинального пролёта $M = 3666$ т, а m – масса модели, то $m = \rho_{Al} * V_m = \rho_{Al} * \frac{V_M}{10^6} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{St}} * \frac{M}{10^6} = 1,3$ кг.

Система оценивания задачи:

- 1) Указано, что у подобных фигур линейные размеры уменьшаются одинаково в 100 раз – **3 балла**
- 2) Написана формула расчета плотности тела – **2 балла**
- 3) Найдено отношение объёма модели к объёму оригинала – **2 балла**
- 4) Найдена масса модели – **3 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

2. «Успеем?»

Водитель приехал с пустой цистерной и наполовину заполненным бензобаком на заправочную станцию в 13:12, а выезд на рейс у него в 15:00. Успеет ли полностью заполниться цистерна до выхода водителя на рейс, если объём цистерны равен 29 баррелям. 1 баррель равен 159 л. Цистерна заполняется со скоростью $k_1 = 24 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$, а бензобак – со скоростью $k_2 = 20 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$, объём бензобака равен $V = 500$ л. После заполнения бензобака к заполнению цистерны может подключиться второй шланг.

Возможное решение:

- 1) Бензобак заполнится за $t_1 = \frac{k_2}{V} = 12,5$ мин.
- 2) За время t_1 цистерна заполнится на $V_1 = k_1 * t_1 = 300$ л.
- 3) Остаток времени - $t_2 = 15 \text{ ч} - 13 \text{ ч } 24,5 \text{ мин} = 95,5 \text{ мин}$ цистерна будет заполняться со скоростью $k = k_1 + k_2 = 44 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$. За это время в неё войдёт $V = k * t_2 = 4202$ л.
- 4) Суммарный объём цистерны равен $29 * 159 \text{ л} = 4611 \text{ л}$.
- 5) Общий объём бензина в цистерне равен 4502 л, что меньше объёма цистерны, следовательно, цистерна не успеет полностью заполниться до выхода водителя на рейс.

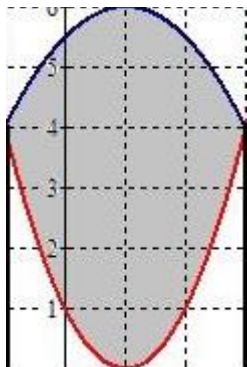
Система оценивания задачи:

- 1) Найдено время t_1 заполнения бензобака – **2 балла**
- 2) Найдено объём бензина через t_1 – **2 балла**
- 3) Найдена скорость заполнения цистерны после подключения второго шланга – **1 балл**
- 4) Найдено объём бензина V , который будет залит за время t_2 – **3 балла**
- 5) Найдено общий объём цистерны в литрах – **1 балл**
- 6) Дан правильный ответ – **1 балл**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

3. «Пытливый ученик»

Семиклассник Фёдор на уроке геометрии успел выполнить все задания учителя досрочно и решил порисовать разные линии на клетчатом листе. Совсем недавно он изучил строение вещества и решил после урока посчитать: какая масса графита была истрачена на то, чтобы закрасить картинку на клетчатой бумаге так, как показано на рисунке. Помогите Емельяну с расчётами, если известно, что плотность графита $\rho = 2 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, ширина клетки $d_0 = 0,5 \text{ см}$, а толщина линии, получаемой механическим карандашом, равна $d = 0,2 \text{ мм}$. Толщину контура рисунка считать такой же, как на остальной закрашенной части. Хватит ли Фёдору карандашного грифеля массой $0,05 \text{ г}$, чтобы докрасить оставшиеся на картинке области?



Возможное решение:

- 1) Площадь одной клетки равна $S_0 = d_0^2 = 0,25 \text{ см}^2$
- 2) Площадь зарисованной области по методу палетки равна $S = \left(N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0\right) = 3,75 \text{ см}^2$, где $N_1 = 8$ - число полностью зарисованных клеточек, $N_2 = 14$ - число частично зарисованных клеточек.

$$m = \rho * V = \rho * S * d = \rho * \left(N_1 S_0 + \frac{N_2}{2} S_0\right) * d = 0,15 \text{ г}$$

- 3) Для закрашивания остатка необходимо по аналогичным расчётам $0,045 \text{ г}$ грифеля, а значит, Фёдору хватит карандаша для закрашивания всего рисунка.

Система оценивания задачи:

- 1) Найдена площадь одной клетки – **1 балл**
- 2) Найдена площадь зарисованной области – **3 балла**
- 3) Найдена масса истраченного графита – **3 балла**
- 4) Найдена масса, необходимая для закрашивания остатка – **2 балла**
- 5) Дан верный ответ – **1 балл**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов

4. «Ласточка»

Поезд «Ласточка» проехал пассажирскую платформу длиной $l = 350$ м за 8 с. Когда поезд только подъезжал к платформе, ветром у охранника снесло кепку, и он за ней побежал в ту же сторону, в которую едет и «Ласточка», со скоростью $28,8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, заметив, что поезд проехал мимо него за 2,5 с. За какое время проехал платформу машинист поезда? Вычислите скорость поезда и его длину.

Возможное решение:

- 1) «Ласточка», проехав платформу, прошла путь, равный сумме длины платформы l и самого поезда L . Следовательно, время $t_1 = 8 \text{ с} = \frac{l+L}{v_1}$, где v_1 – искомая скорость поезда.
- 2) Когда поезд проезжал мимо охранника, относительно него поезд прошёл путь, равный длине поезда со скоростью $v_2 = v_1 - u$, где $u = 28,8 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Следовательно, $L = v_2 * t_2$, где $t_2 = 2,5 \text{ с}$.
- 3) Искомое время t , за которое поезд проехал платформу, можно найти так: $t = \frac{l}{v_1}$.
- 4) Решая систему уравнений, получим, что $v_1 = \frac{l - v_2 * t_2}{t_1 - t_2} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
- 5) Тогда $L = 130 \text{ м}$, $t = 5,8 \text{ с}$.

Система оценивания задачи:

- 1) Показано, что путь за t_1 равен $l + L$ – **2 балла**
- 2) Найдена скорость поезда относительно охранника – **2 балла**
- 3) Найдена скорость поезда – **2 балла**
- 4) Найдена длина поезда – **2 балла**
- 5) Найдено время, за которое проехал платформу машинист – **2 балла**

Максимальный балл за полное решение – 10 баллов