КОД М100475

№1. пусть изначальный комплект состоит из чисел $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2023}$, и сумма этих чисел равна S.

$S = a_1+a_2+a_3+\dots+a_{2023}$

~~после~~ замена каждого числа суммой остальных чисел означает замену каждого числа на разность суммы всех чисел и этого числа

$(a_1 \to (S-a_1),\ a_2 \to (S-a_2), \dots)$

после замены получим ряд $(S-a_1); (S-a_2); (S-a_3); \dots; (S-a_{2023})$

сумма чисел этого ряда равна $S-a_1+S-a_2+\dots+S-a_{2023} = 2023S-(a_1+a_2+a_3+\dots+a_{2023}) = 2023S - S = 2022S$

т.к. после замены комплект чисел не изменился, (только их порядок), их сумма осталась неизменной и равной S.

тогда $2022S = S$

$2021S = 0$

$S = 0$ – сумма чисел данного комплекта равна нулю.

тогда при замене числа a_1 на $(S - a_1)$ получаем число $0 - a_1 = -a_1$ – при замене получаем противоположное по знаку число.

тогда комплект (набор) также до замены: $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2023}$ (1 набор)

после замены: $-a_1; -a_2; -a_3; \dots; -a_{2023}$ (2 набор)

допустим, что в начальном комплекте нет ни одного числа, равного нулю. Тогда

$a_i \neq -a_i$

т.к. комплекты до замены и после замены содержат одинаковые наборы чисел, для каждого a_i (из 1 набора) найдется равное ему $-a_j$ (из 2 набора) (i, j, k, l – целые числа от 1 до 2023 включительно)

если $a_i = -a_j$ (из 1 набора, из 2 набора), то a_j (из 1 набора) $= -(-a_j) = -a_i$ (из 2 набора) – для любого a_i ~~существует~~ можем найти „парное" a_j, равное $a_j = -a_i$ в 1 наборе ~~и~~ равные им по модулю $-a_i$ и $-a_j$ во 2 наборе („набор" означает комплект)

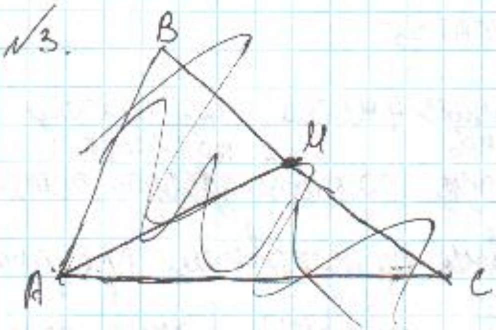
$-a_i = a_j$, $-a_j = a_i$

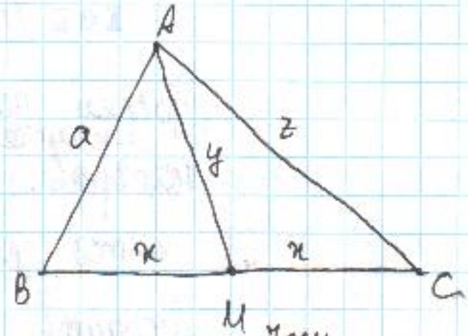
КОД М100475

„уберём" данные 4 числа из состава комплектов ~~наборов~~. т.к. составы комплектов ~~наборов~~ останутся ~~равных~~ одинаковыми. продолжим находить и „убирать" такие пары чисел ещё 1010 раз, пока в каждом комплекте не останется по одному числу. (a_k в 1 комп. и $-a_k$ во 2 компл.) т.к. мы убирали парные числа с одинаковым порядковым номером, данные числа также будут иметь одинаковый порядковый номер, т.е. остались a_k из 1 компл. и $-a_k$ из 2 компл. т.к. мы убирали одинаковые числа из равных комплектов, оставшиеся числа равны: $a_k = -a_k$. но это противоречит полученному ранее. Значит, наше допущение было неверным, и в начальном комплекте был хотя бы один ноль. Тогда произведение всех чисел также будет равно нулю.

Ответ: 0

№3.





Дано: AM – медиана

$r_{ABM} = 2r_{ACM}$ (?)

за r_{ABM} и r_{ACM} обозначим радиусы окружностей, впис. в $\triangle ABM$ и $\triangle ACM$ соответственно

Док-во: пусть $AM = y$, $BM = MC = x$, $AB = a$, $AC = z$ (a, x, y, z – положит. числа)

площадь треугольника равна половине произведения его периметра на радиус впис. окр.: $S = \frac{1}{2} p \cdot r$

отсюда $r = \frac{2S}{p}$

заметим, что медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника, поэтому

$S_{ABM} = S_{ACM} = S$

$$r_{ABM} = \frac{2S_{ABM}}{P_{ABM}} = \frac{2S}{AB+BM+MA} = \frac{2S}{a+x+y}$$

$$r_{ACM} = \frac{2S_{ACM}}{P_{ACM}} = \frac{2S}{AC+CM+MA} = \frac{2S}{z+x+y}$$

допустим, что $r_{ABM} = 2r_{ACM}$.

тогда $\frac{2S}{a+x+y} = 2 \cdot \frac{2S}{z+x+y}$ $\quad |:2S$ (т.к. $S>0$)

КОД М100475

$$\frac{1}{a+x+y} = \frac{2}{z+x+y}$$

$$2(a+x+y) = z+x+y$$

$$2a+2x+2y = z+x+y$$

$$z = x+y+2a$$

т.к. a, x, y, z – положительные числа,

$$z > x+y$$

$AC > MC + MA$ – невозможно, каждая сторона треугольника (здесь - ΔAMC) меньше суммы двух других (неравенство треугольника)

значит, наше допущение было неверным, и $ч_{АВМ}$ не может быть равен 2 $ч_{АСМ}$

Ответ: нет

№2. по условию $a>0$, $b>0$, $c>0$.

тогда если $x>0$: $ax^2>0$ (произведение положительных чисел положительно)

$bx>0$

$c>0$

сложим эти три неравенства, и получим

$ax^2+bx+c>0$ – равенство $ax^2+bx+c=0$ не может быть верным.

если $x=0$: $ax^2+bx+c = 0a+0b+c=c$

$c>0$, поэтому $ax^2+bx+c>0$ – равенство $ax^2+bx+c=0$ не может быть верным

~~зн~~ т.к. равенство $ax^2+bx+c=0$ не выполняется при $x\geq 0$, оно может быть верным лишь при $x<0$, т.е данное уравнение может иметь только отрицательные корни.

ч.т.д.

№4. пронумеруем лунки от 1 до 10 (как на рисунке) так, чтобы лунка номер 1 была пустой в начале процесса

заметим, что лунки, расположенные друг напротив друга, имеют номера разной чётности.

назовём лунку чётной, если её номер чётный и нечётной, если её номер нечётный.

~~заметим, что две лунки одной чётности не идут подряд.~~

~~назовём~~ обозначим за c общее кол-во камней в чётных лунках и за n – общее кол-во камней в нечётных лунках.

~~при~~ заметим, что две лунки одной чётности не идут подряд. поэтому при перекладывании 6 камней из нечётной лунки 3 камня попадают в ~~нечётную~~ чётную, 2 - в нечётную, 1 - в чётную, то есть n ~~на~~ ~~две~~ уменьшается на 4, а ~~н~~ c увеличивается на 4. аналогично при перекладывании камней из чётной лунки n увеличивается на 4, а c уменьшается на 4.

~~а~~ уменьшение или увеличение числа на 4 не меняет его чётности, поэтому чётность чисел c и n постоянна.

в начале процесса c = 55, n = 44. при требуемом расположении камни из лунки ~~1~~ 6 окажутся в лунке 1~~4~~, и тогда c = 44, n = 55. но ~~чётность~~ в начале c = 55, в конце c = 44. но чётность значения c неизменна, противоречие, поэтому такое расположение камней получить невозможно. ч.т.д.

7б

	1	2	3	4
баллы	78	7	7	7
подпись	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]