КОД М90459

1 | 7(7)
2 | 7(7)
3 | 7(7)
4 | 7(7)
28

№ 1

$a_i; a_{2}; \dots; a_{2023}$ – числа на доске
$S; P$ – их сумма и произведение

Тогда число a_i заменяется на число $S - a_i$

После замены всех чисел, получился такой же комплект, значит их сумма не изменилась:

$(S-a_1)+(S-a_2)+\dots+(S-a_{2023})=S$
$\underbrace{S+S+\dots+S}_{2023\ раз}-a_1-a_2-\dots-a_{2023}=S$
$2023S-S=S$
$2022S=0 \Rightarrow S=0$

Т.к. $S=0$, каждое число заменяется на противоположное по знаку
(a_i на $S-a_i=0-a_i=-a_i$)

Произведение всех чисел также не изменилось:

$(-a_1)\cdot(-a_2)\cdot\dots\cdot(-a_{2023})=P$
$\underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot\dots\cdot(-1)}_{2023\ раз}\cdot a_1\cdot a_2\cdot\dots\cdot a_{2023}=P$
$(-1)^{2023}\cdot P=P$
$-1\cdot P=P$
$-2P=0 \Rightarrow P=0$

Ответ: 0

№2

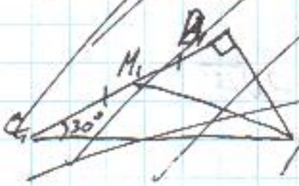
Даше нужно делать ходы симметрично ходам Маши относительно центрального числа (50). Тогда результат будет чётным.
При вычислении выражения сначала нужно выполнить все действия умножения, а потом - сложения. Разделим числа на блоки так, что в каждом блоке есть только действия умножения, а между блоками - сложения. Тогда, если есть блок с числами от a_i до a_j, то есть и блок с числами от a_{99-i+1} до a_{99-i+1} (т.к. все действия симметричны)*. Если в блоке есть чётное число, то произведение чисел в блоке тоже чётное и на чётность результата не влияет. Если в блоке нет чётных чисел, то в нём только одно число, т.к. несколько нечётных чисел не могут идти подряд. Если в блоке одно число K (нечётное), то вокруг него стоят знаки "+". Тогда и вокруг числа 100-K стоят знаки "+" (т.к. эти числа симметричны относительно центрального числа (50) и знаки вокруг них совпадают, т.к. Даша их таким образом ставила. Тогда эти 2 блока в сумме дают чётное число. Тогда конечный результат - сумма чётных чисел => он чётный

Ответ: сможет

*$a_i = i$

№ 4

~~Рассмотрим треугольник $A_1B_1C_1$, $\angle B_1 = 90^\circ$, а $\angle C_1 = 30^\circ$. Проведём медиану A_1M_1. Площади треугольников $A_1M_1C_1$ и $A_1B_1M_1$ равны ($S_{A_1M_1C_1} = \frac{1}{2} A_1B_1 \cdot M_1C_1 = \frac{1}{2} A_1B_1 \cdot M_1B_1 = S_{A_1B_1M_1}$ (A_1B_1 — высота)).~~



Пусть может. $S = p \cdot r$ (S - площадь, p - полупериметр, r - радиус впис. окружности произвольного треугольника). Тогда:

$\frac{S_{ABM}}{p_{ABM}} = 2\frac{S_{ACM}}{p_{ACM}}$. Медиана делит треугольник на 2 равновеликих $\Rightarrow S_{ABM} = S_{ACM}$.

$\frac{1}{p_{ABM}} = \frac{2}{p_{ACM}} \Rightarrow p_{ACM} = 2p_{ABM} \Rightarrow \frac{AC+CM+AM}{2} = 2\cdot\left(\frac{AB+BM+AM}{2}\right) \Rightarrow AC+CM+AM = 2AB+2BM+2AM$

$AC = 2AB+2BM-CM+2AM-AM = 2AB+BM+AM$ ($BM=CM$ т.к. AM - медиана) $= 2AB+CM+AM$

Но из неравенства треугольника $AC < AM+CM \Rightarrow 2AB+CM+AM < AM+CM \Rightarrow 2AB < 0$, что невозможно.

Ответ: не может

№ 3

$(x^2+2x)^2 - 5(x^2+2x) + 3 = 0$

Пусть $t = x^2+2x$

$t^2 - 5t + 3 = 0$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$

$t_1 = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

$t_2 = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$

1) $t = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

$x^2+2x=\frac{5+\sqrt{13}}{2}$

$x^2+2x-\frac{5+\sqrt{13}}{2}=0$

$D=2^2-4\cdot1\cdot\left(-\frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)=4+10+2\sqrt{13}=14+2\sqrt{13}$

$x_1=\frac{-2+\sqrt{14+2\sqrt{13}}}{2}$

$x_2=\frac{-2-\sqrt{14+2\sqrt{13}}}{2}$

2) $t=\frac{5-\sqrt{13}}{2}$

$x^2+2x=\frac{5-\sqrt{13}}{2}$

$x^2+2x-\frac{5-\sqrt{13}}{2}=0$

$D=2^2-4\cdot1\cdot\left(-\frac{5-\sqrt{13}}{2}\right)=4+10-2\sqrt{13}=14-2\sqrt{13}$

$D>0$, т.к. $14-2\sqrt{13}>0$, т.к. $14>2\sqrt{13}$, т.к. $7>\sqrt{13}$, т.к. $49>13$.

$x_3=\frac{-2+\sqrt{14-2\sqrt{13}}}{2}$

$x_4=\frac{-2-\sqrt{14-2\sqrt{13}}}{2}$

Пусть $\sqrt{14+2\sqrt{13}}=a$;
$\sqrt{14-2\sqrt{13}}=b$

$\Rightarrow x_1=\frac{-2+a}{2}=\frac{a}{2}-1;\ x_2=\frac{-2-a}{2}=-\frac{a}{2}-1;$

$x_3=\frac{-2+b}{2}=\frac{b}{2}-1;\ x_4=\frac{-2-b}{2}=-\frac{b}{2}-1$

$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=\left(\frac{a}{2}-1\right)^2+\left(\frac{a}{2}-1\right)^2+\left(\frac{b}{2}-1\right)^2+\left(\frac{b}{2}-1\right)^2=$

$=\frac{a^2}{4}-a+1+\frac{a^2}{4}+a+1+\frac{b^2}{4}-b+1+\frac{b^2}{4}+b+1=$

$\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{2}+4=\frac{a^2+b^2}{2}+4=\frac{\sqrt{14+2\sqrt{13}}^2+\sqrt{14-2\sqrt{13}}^2}{2}+4=$

$=\frac{14+2\sqrt{13}+14-2\sqrt{13}}{2}+4=\frac{28}{2}+4=18$

Ответ: 18