

1	2	3	4	5	Σ
10	7	10	10	7	448

Oh

пусть звёзды лежат в точках A, B, C.

M — общий центр масс, M — точка пересечения
медиан, высот и биссектрис $\triangle ABC$ и центр его

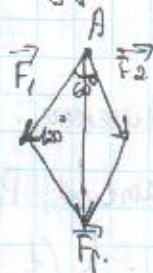
описанной окружности.

т.к. система симметрична для всех 3 звёзд,

рассмотрим звезду AA и силы, действующие на

ней

(силы притяжения к
другим звёздам)



м.к. массы всех
звёзд равны m,

$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 m_2}{R^2} = G \frac{m^2}{R^2} \quad (R=AB=AC=BC)$$

$$\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F_r = \sqrt{3} F_1 =$$

звезда вращается по окр. с центром M и радиусом

$$r = AM = BM = CM, \quad r = \frac{\sqrt{3}}{3} R \quad (\text{из геометрии}) \quad R = r\sqrt{3}$$

$$\text{тогда её ускорение } a_{\text{ус}} = \frac{v^2}{r} = \sqrt{3} \frac{v^2}{R}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\sqrt{3}\pi R}{T}$$

$$a_{yc} = \sqrt{3} \frac{v^2}{R} = \sqrt{3} \frac{4 \cdot 3\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{12\sqrt{3}\pi^2 R}{T^2}$$

по 2 закону Ньютона $\vec{F}_p = m\vec{a}$

$$F_p = m a_{yc}$$

$$\sqrt{3} G \frac{m^2}{R^2} = m \cdot \frac{12\sqrt{3}\pi^2 R}{T^2}$$

$$\frac{Gm}{R^2} = \frac{12\pi^2 R}{T^2}$$

$$12\pi^2 R^3 = GmT^2$$

$$R^3 = \frac{GmT^2}{12\pi^2}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GmT^2}{12\pi^2}} \text{ м}$$

Ответ: $R = \sqrt[3]{\frac{GmT^2}{12\pi^2}} \text{ м}$

10
3. Дано: $t_1 = 20^\circ\text{C}$

$$\mu_1 = 0,03^\circ\text{C/мин}$$

$$t_2 = 80^\circ\text{C}$$

$$\mu_2 = -0,04^\circ\text{C/мин}$$

Найти T_0 ; $\frac{P_2}{P_1}$

Решение: P_1 - мощность нагревателя, $P_{\text{пот.}}$ - мощность потерь

$$P_{\text{пот.}} = k(t - t_0), \quad k - \text{коэффициент}$$

в данной задаче коэффициент (constant)

если при t_1, t_2 температура

не меняется, мощность

нагревателя и мощность потерь



в сумме дают 0:

$$P_1 + P_{\text{пот.1}} = 0$$

В то время как нагреватель выключен,
вода начала остывать со

средней мощностью, равной $P_{\text{пот.1}}$.

n - коэф. между мощностью потерь и скоростью
остывания/нагрева воды ($P = \frac{Q}{\Delta t} \cdot n$), $n = \text{const}$

$$P_{\text{пот.1}} = \mu_2 \cdot n = -0,04 n \text{ Вт/с}$$

$$P_1 = -P_{\text{пот.1}} = 0,04 n \text{ Вт/с}$$

при $t = t_1$ $P_{\text{общ.}} = P_1 + P_{\text{пот.2}} = 0,03 n \text{ Вт/с}$

$$P_{\text{пот.2}} = P_{\text{общ.}} - P_1 = 0,03 n - 0,04 n = -0,01 n \text{ Вт/с}$$

$$P_{\text{пот.1}} = k (80^\circ - t_0) = -0,04 n \text{ Вт/с}$$

$$P_{\text{пот.2}} = k (20^\circ - t_0) = -0,01 n \text{ Вт/с}$$

делим первое на второе, получим

$$\frac{80^\circ - t_0}{20^\circ - t_0} = 4$$

$$80^\circ - t_0 = 80^\circ - 4t_0$$

$$3t_0 = 0$$

$$t_0 = 0^\circ \text{C}$$

привести воду до кипения - нагреть до

100°C . при этой температуре $R_{\text{ном.з}} = k \cdot (100 - 0) =$
 $= 100 \text{ k } \Omega/\text{C}$

$$k = \frac{-0,04 \text{ n}}{80} = -0,0005 \text{ n}/^{\circ}\text{C}$$

$$R_{\text{ном.з}} = 100 \cdot (-0,0005) \text{ n} = -0,05 \text{ n } \Omega\text{m}$$

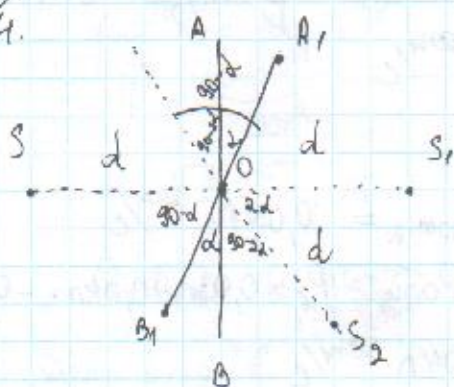
чтобы нагреть воду до 100° , минимальное значение

$$P_{\text{нагр.}} = -R_{\text{ном.з}} = +0,05 \text{ n } \Omega\text{m} = \frac{5}{4} \cdot 0,04 \text{ n } \Omega\text{m} = \frac{5}{4} P_1 =$$

$$\approx 1,25 P_1$$

Ответ: $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$; $\approx 1,25$ раза

✓4.



S_1 - ~~плоское~~ изобр. источника
в начальном моменте

рассмотрим момент, когда
зеркало повернулось на
 α° (точки A и B перешли
в A_1 и B_1)

изображение точки S

перейдет из S_1 в S_2 , отклонившись на угол 2α ,
а расстояние ^{от кино} до точки O останется таким
же и равным d (по законам отражения от
плоского зеркала)

видим, что угол, на который отклоняется

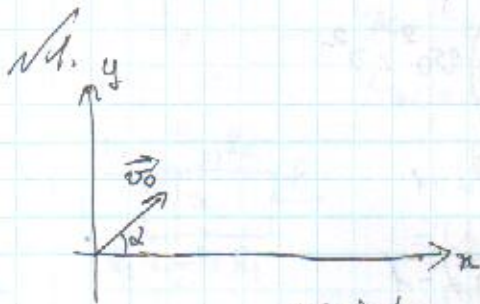
Республика Карелия
Муниципальное автономное
учреждение дополнительного
профессионального образования
Петрозаводского городского округа
"Центр развития образования"
МАУ ДПО ЦРО
ОГРН 1031000051378 ИНН 1001042229
ОКПО 70902321
185001, Республика Карелия,
г. Петрозаводск, ул. Краснофлотская, д. 3;
Тел.: 8(8142) 77-19-51; 70-52-11
e-mail: petrozavodsk@marc.karelia.ru

От _____ № _____
На № _____ от _____

изображение, вдвое большее
угла отклонения зеркала, поэтому
его угловая скорость $\omega_1 = 2\omega =$
 $= 2 \text{ рад/с}$ ~~всё~~

изображение движется по
окружности радиусом $r = d$, ~~где~~

мер, при $\alpha = 90^\circ \rightarrow 180^\circ$, а ~~выбор~~ тогда его
ускорение ~~а~~ ~~угла~~ скорость $v = \omega d = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с}$,
а ускорение $a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{d} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ м/с}^2$
Ответ: $v = 1 \text{ м/с}$, $a = 2 \text{ м/с}^2$



пусть бросок был совершён
под углом α .

тогда $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$,

$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$

$$t_{\text{подъёма}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad t_{\text{полёта}} = 2 t_{\text{подъёма}} = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\text{макс. высота: } H = v_{0y} \cdot t_{\text{подъёма}} - \frac{g t_{\text{подъёма}}^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g \cdot v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

дальность:

$$L = v_{0x} \cdot t_{\text{полёта}} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$\frac{L}{H} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{4v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g v_0^2 \sin^2 \alpha} =$$

$$= \frac{4 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 4 \operatorname{ctg} \alpha$$

треугольник скоростей ($\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$):



по условию $t = \frac{5}{8} t_{\text{полета}}$

$$= \frac{5}{8} \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{5}{4} \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

по м. Пурпурова:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{v}{v_0}$$

$$v_0^2 + v^2 = \frac{25}{16} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} \cdot \frac{5}{4} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2}$$

$$\left(\frac{25}{16} \frac{\sin^2 \alpha}{g^2} \right) \left(\frac{25}{16} \sin^2 \alpha - 1 \right) v_0^2 = v^2$$

$$\frac{v^2}{v_0^2} = \frac{25}{16} \sin^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{25}{16} \sin^2 \alpha - 1$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{25}{16} \sin^2 \alpha - 1$$

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{25}{16} \sin^2 \alpha - 1 \quad | \cdot \sin^2 \alpha \neq 0$$

$$1 - \sin^2 \alpha = \frac{25}{16} \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^4 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

т.к. $90^\circ > \alpha > 0^\circ$, $\sin \alpha > 0$

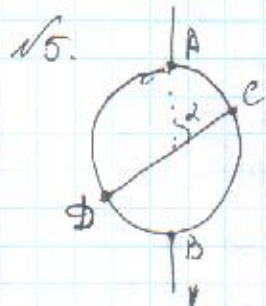
$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\alpha \approx 63,5^\circ$$

$$\cos 63,5^\circ \approx 0,5$$

$$\frac{L}{H} = 4 \cos 63,5^\circ = 2$$

Ответ: 6 2 раза



провод однородный, поэтому его сопротивление прямо пропорционально длине ($R = kL$, $k = \text{const}$)

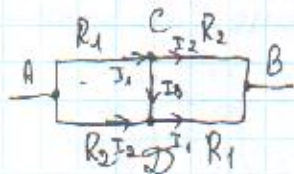
$$L_{AC} = L_{BD}, \text{ значит, } R_{AC} = R_{BD} = R_1$$

$$L_{BC} = L_{AD}, \text{ значит, } R_{BC} = R_{AD} = R_2$$

$$R_{CD} = 0, \text{ поэтому } U_{AC} = U_{AD} =$$

$$= U_{BC} = U_{BD} = U = U_{AB} = U$$

(т.к. части схемы ACD и BCD



симметричны и подключены последовательно друг к другу из-за того, что $R_{CD} = 0$ и эти точки можно "свести" в одну)

$$U_0 = U_{AC} + U_{BC} = 2U$$

$$U = \frac{U_0}{2} = 3 \text{ В}$$

(Закон Ома: $I = \frac{U}{R}$)
 $U = I \cdot R$

из симметрии $I_{AC} = I_{BD} = I_1$, $I_{AD} = I_{BC} = I_2$, $I_3 = \frac{2}{3} \text{ А}$

получаем систему уравнений: т.к. $R_{\text{всего}} = 12$ Ом

24 (Ом), $R_{\text{последов.}}$ будет 12 (Ом), то есть

$$R_1 + R_2 = 12 \text{ (Ом)} \quad (\text{сд} = \text{последов. комба})$$

получаем систему:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = 12 \\ I_1 R_1 = 3 \\ I_2 R_2 = 3 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = I_2 + \frac{2}{3} \\ R_1 = 12 - R_2 \end{cases}$$

$$(I_2 + \frac{2}{3})$$

$$(I_2 + \frac{2}{3})(12 - R_2) = 3$$

$$I_2 R_2 = 3$$

$$I_2 = \frac{3}{R_2}$$

$$\left(\frac{3}{R_2} + \frac{2}{3}\right)(12 - R_2) = 3$$

$$\frac{(9 + 2R_2)(12 - R_2)}{3R_2} = 3$$

$$108 + 24R_2 - 9R_2 - 2R_2^2 = 9R_2$$

$$108 + 6R_2 - 2R_2^2 = 0$$

$$R_2^2 - 3R_2 - 54 = 0$$

$$D = 9 + 54 \cdot 4 = 225$$

$$R_2 = \frac{3 - 15}{2} = -6 \text{ (Ом)} - \text{невозм., } R_2 > 0$$

$$R_2 = \frac{3+15}{2} = 9(\text{Ом})$$

$$R_1 = 12 - R_2 = 3(\text{Ом})$$

$$I_2 = \frac{3}{R_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ А}$$

$$I_1 = I_2 + \frac{2}{3} = 1 \text{ А}$$

$$R_1 = R_{AC} = 3(\text{Ом})$$

$$\frac{R_{AC}}{R_{\text{общ}}} = \frac{L}{360^\circ}$$

$$L = \frac{R_{AC} \cdot 360^\circ}{R_{\text{общ}}} = \frac{3 \cdot 360^\circ}{24} = 45^\circ - \text{наши. знач. (такие усло-}$$

вия будут также выполняться при $\alpha = 135^\circ, L = 1225^\circ$

и $\alpha = 315^\circ$, ^{симметричные случаи} но тогда отрезок AC будет

в другой месте или с другим сопротивлением

(значения $L = 45^\circ$ единственно)

$$V_{AC} = V_{BD} = I_1 R_1 = 1 \cdot 3 = 3 \text{ В}$$

$$P = U \cdot I$$

$$V_{BC} = V_{AD} = I_2 R_2 = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3 \text{ В}$$

$$P_{AC} = P_{BD} = U \cdot I_1 = 3 \text{ Вт}$$

$$P_{AD} = P_{BC} = U \cdot I_2 = 1 \text{ Вт}$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 45^\circ; P_{AC} = P_{BD} = 3 \text{ Вт}, P_{AD} = P_{BC} = 1 \text{ Вт}$$

†