М90273

МЭ ВсОШ по математике

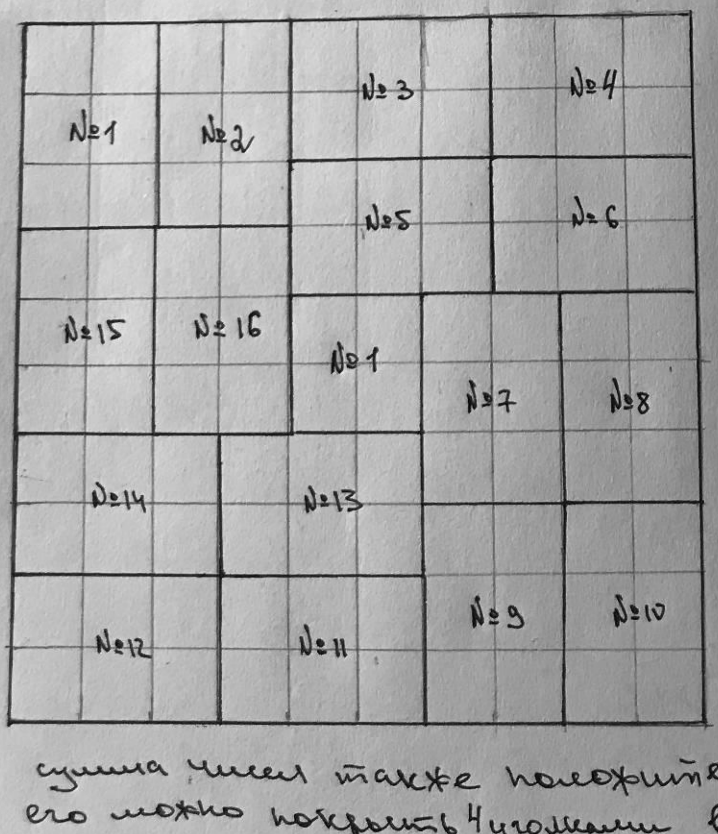
9.1

Так как каждое уравнение имеет хотя бы один корень, то $b^2 - c \geq 0$, т.е. $b^2 \geq c$, и $c^2 - b \geq 0$, т.е. $c^2 \geq b$.

Также, по т. Виета произведение корней первого уравнения будет равно c, а произведение корней второго уравнения будет равно b. По условию, $bc = 1$. Можно подставить $c = \frac{1}{b}$ в каждое из полученных неравенств. Так как $b > 0$ и $c > 0$, то $b \leq 1$ и $b \geq 1$, т.е. $b = 1$, значит $c = 1$.

Ответ: $b = c = 1$

9.2



Ответ: Да, во всём квадрате сумма чисел также положительна.

Доказательство:

Квадрат $10 \cdot 10$ можно разбить на 16 прямоугольников $3 \cdot 2$, где сумма чисел будет положительна, т.к. данные прямоугольники состоят из 2 трёхклеточных уголков, и один квадрат $2 \cdot 2$, где сумма чисел также положительна, потому что его можно покрыть 4 уголками в 3 слоя. Поскольку мы имеем полностью покрытый квадрат (16 прямоуг. $3 \cdot 2$; 1 квадрат $2 \cdot 2$), причём квадрат покрыт исключительно

9.2 (продолжение) М90273

элементами, имеющими положительную сумму чисел, включенных в данный элемент, то можно сделать вывод, что сумма чисел во всём квадрате положительна.

9.4

Пусть $a_1; a_2; a_3 \dots a_n$ – числа на доске, тогда $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\dots(1+a_n)$ при данной операции не изменится. Если a и b заменить на $a+b+ab$, то множители, которые не содержат a и b не изменятся, а произведение $(1+a)(1+b)$ заменится на равное ему число $1+a+b+ab$. Значит, последнее число будет равно $(1+\frac{1}{1})(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})\dots(1+\frac{1}{2022})-1=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\dots\cdot\frac{2023}{2022}-1=2023-1=\underline{2022}$.

Ответ: Последнее число будет равно 2022.