ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОСТРЕБОВАННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ И РЕЗУЛЬТАТОВ

Н.К.Косовский (СпбГУ)

Речь идет о теоретических основах информатики, которые удобно перевести на английский язык как *fundamentals of computer science*. Начало возникновения этого раздела науки можно связать с разработкой первых математических понятий алгоритма (конец первой трети прошлого века). Эти понятия послужили основой математической теории алгоритмов. Тогда же были сформулированы понятие машины Тьюринга-Поста, как первый простейший вариант символьного вычислительного устройства, и тезис Чёрча-Тьюринга. В середине прошлого века появилось понятие нормального алгоритма Маркова.

В начале последней трети прошлого века возникли понятия NP-полной и NP-трудной задачи [1]. Это позволило в 2000 г. опубликовать расширенный тезис Чёрча-Тьюринга [7], а в 2009 г. опубликовать вариант расширенного тезиса Чёрча-Тьюринга для алгоритмического языка рефал-5 и доказать его эквивалентность расширенному тезису Чёрча-Тьюринга [6]. В 2010 г. то же было доказано автором для алгоритмических моделей RAM и RASP и было представлено на Десятом Международном семинаре «Дискретная математика и её приложения». В 2010 г. автор планирует опубликовать аналогичный результат для паскалевидных целочисленных функций (функций, вычислимых с помощью программ на одном из математических вариантов языка паскаль).

Можно прогнозировать в ближайшие годы получение аналогичных результатов для языков C, C^{++} и Java. Это, разумеется, качественный, а не количественный, прогноз.

Можно отметить важную тенденцию на математизацию отдельных инструментов программных и даже аппаратных средств. Важный шаг в этом направлении был сделан фирмой IBM при разработке машинной арифметики для персональных компьютеров (арифметические операции по модулю 2^{16}).

Речь идет о такой математизации, в которой используются математические понятия, имеющие по крайней мере 20-летний опыт использования в математике. Это в значительной мере гарантирует удобство использования этих математических понятий и широкое исследование их особенностей.

Отметим, что исчисление высказываний следует преподавать (особенно студентам, ориентированным на применение компьютеров) не в устаревшей форме на базе исчисления гильбертова типа, а на базе секвенциальных исчислений, предложенных Генценом [3,5]. Здесь также важно сформулировать понятие кванторной пропозициональной формулы как пример PSPACE-полной задачи.

Это упорядочивание непосредственной полезности разделов математики можно рассматривать также как увеличение степени эффективности её непосредственного применения в программах для компьютеров.

Наконец, отметим, что для более мощных современных компьютеров характеризация частичной и полной корректности программ для них может потребовать сравнения полиномов не только по модулю 2^{16}, но и по модулю 2^{32}, 2^{64} и по меньшим модулям, например, по модулю $2^{31} - 1$, являющимся простым числом, что может применяться в криптографии.

Следует также отметить, что полезно использовать остатки от деления на m несколько необычные для теории чисел: от $-n$ до n при нечетном m и от $-n$ до n -1 при четном m, равном $2n$.

Поскольку в математических описаниях часто используются кванторы и логические связки для формализации аннотирования программ вполне уместно использовать и, следовательно, преподавать элементарную теорию полиномиальных равенств по модулям 2^{16}, 2^{32} и 2^{64}.

Разрешимые исчисления для этих теорий могут базироваться на ограничении использования секвенциальных правил сокращения повторений в каждой ветке вывода не более 2^{16}, 2^{32} и 2^{64} раз соответственно.

Следует отметить, что разделы конечной математики разбросанны по многочисленным математическим книгам и лишь единицы из этих книг содержат только конечную математику как, например, [2], один из авторов которой разработал язык программирования Бэйсик.

В целом можно прогнозировать непосредственное использование в формализованных аннотациях программ формул теорий с конечным носителем. При этом число элементов этого носителя можно считать не превосходящим 2^{16}, 2^{32} или 2^{64} в зависимости от арифметики, используемой компьютером.

В развитии доказательств вычислительной неэффективности явно прослеживается характерная для использования в ТРИЗе S-образная кривая числа публикаций о новых результатах: вначале число новых результатов об алгоритмической неразрешимости свелось к минимуму, затем новые результаты о непримитивной рекурсивности практически перестали появляться. Аналогичная участь постигла и результаты о неэлементарности по Кальмару каких бы то ни было функций [4].

Почти все эти результаты в XXI веке потеряли свою актуальность в математических основах информатики и, конечно, востребованность в этой области математики.

В ближайшее время максимальной востребованностью будет пользоваться элементарная теория полиномов по модулю 2^{16} , которая будет использоваться в формализованных спецификациях программ для персональных компьютеров.

Закончить это сообщение можно словами Б.Пастернака: «Простое всего нужнее людям, но сложное понятней им...». Дело в том, что простота требует, как правило, перестройки базы знаний, мышления на новых непривычных примерах.

Литература

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

2. Кемени Дж., Снелл Дж., Томпсон Дж. Введение в конечную математику.М.: изд-во иностранной литературы, 1963. 486 с.

3. Косовский Н.К. Элементы математической логики и её приложения к теории субрекурсивных алгоритмов. Изд. Ленинградского университета, 1981.

192 с.

4. Косовский Н.К. Основы теории элементарных алгоритмов. Изд.ЛГУ, 1987. 153 с.

5. Косовский Н.К., Тишков А.В. Логики конечнозначных предикатов на основе неравенств. Изд-во С.-Петербургского университета, 2000. 268 с.

6. Косовский Н. К. Условия полиномиальности алгоритмов, реализуемых на машинах Тьюринга с оракулами-функциями // XVII Международная школа-семинар «Синтез и сложность управляющих систем» имени академика О.Б. Лупанова (Новосибирск, 27 октября – 1 ноября 2008 г.). Новосибирск: Изд-во Института математики, 2008. С. 70 – 74.

7. Du D.Z., Ko K.I. Theory of Computational Complexity. – A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, Inc. 2000. – 491p.