

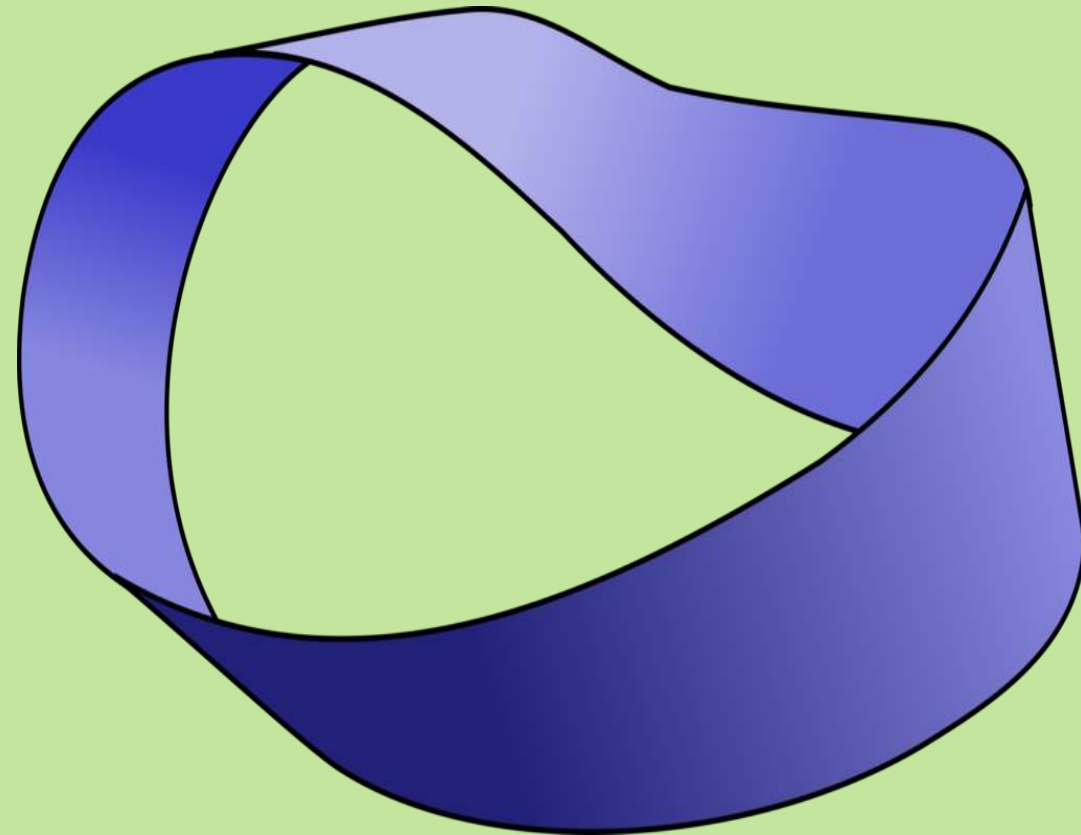
# Математика листа Мёбиуса

Арутюнов Ю.А., к.ф.-м.н., ведущий научный  
сотрудник, ФГБУ «Федеральный научно-  
клинический центр спортивной медицины и  
реабилитации» ФМБА России

# О листе Мёбиуса

Изучением ленты Мёбиуса и множества других интересных объектов занимается – **топология**, раздел математики, который исследует неизменные свойства объекта при его непрерывной деформации – растяжении, сжатии, изгибе, без нарушения целостности.

"Отцом" открывателем этой необычной ленты признан немецкий математик **Август Фердинанд Мебиус**, ученик Гаусса, написавший не одну работу по геометрии, но прославившийся преимущественно открытием односторонней поверхности в 1858 году.

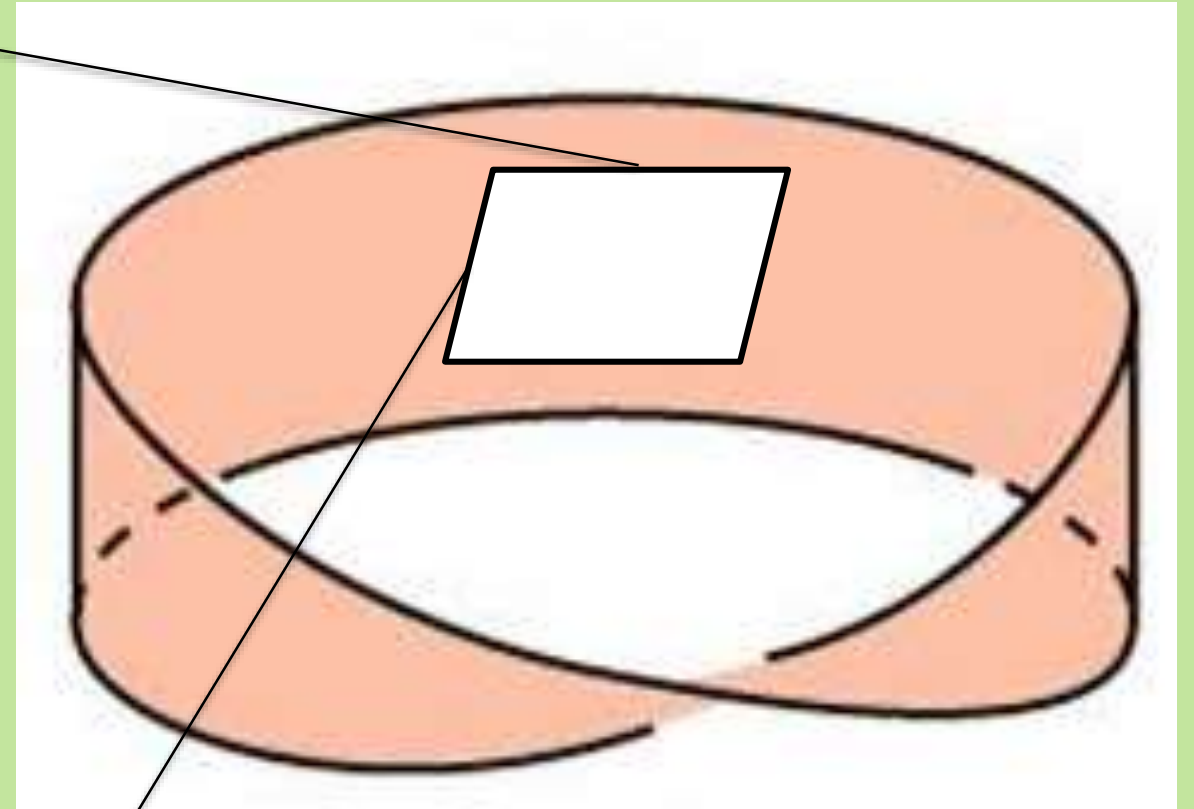
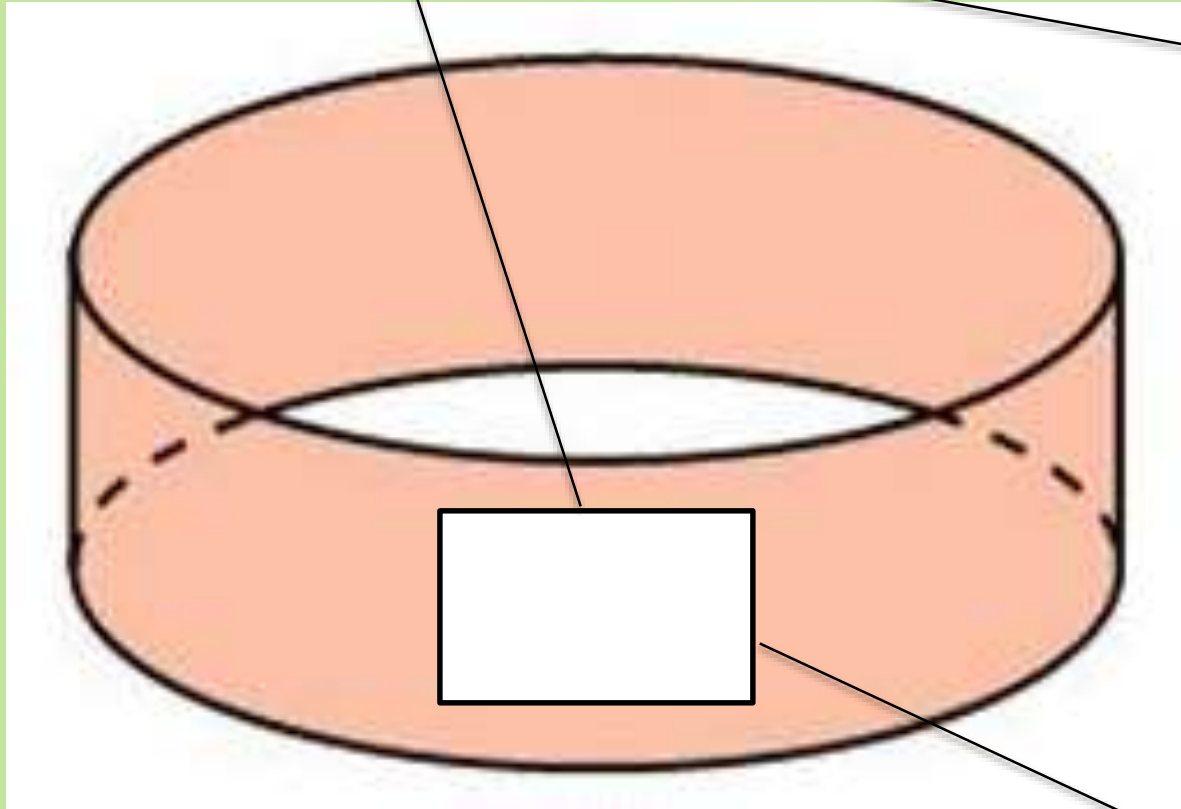


# Геометро-топологические характеристики листа Мёбиуса и цилиндрической поверхности

Характеристики листа Мёбиуса	Характеристики цилиндрической поверхности
Односторонняя полоса	Двухсторонняя полоса
Непрерывность	Разрывность
Неориентированность	Ориентированность

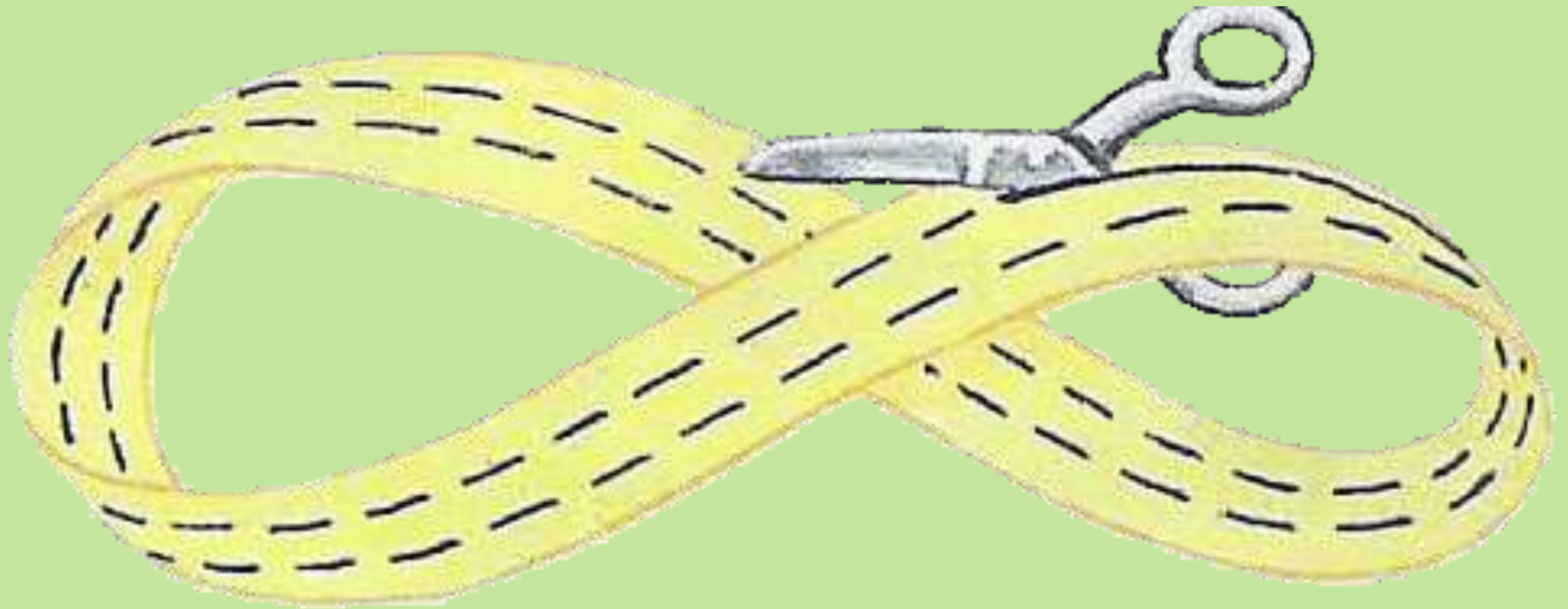
# Вырез некоторой области на цилиндрической полосе и на листе Мёбиуса

Продольный разрез



Поперечный разрез

**Какую конфигурацию имеют фигуры,  
полученные при продольном разрезании  
полосы Мёбиуса?**



# Трансформер Рюмина



Канал на YouTube  
изобретателя  
Владмира Рюмина  
<https://www.youtube.com/channel/UCX8IMk8ABspeqNIHIOZJtOQ>

# Продольное "вырезание" замкнутой полосы из полосы Мёбиуса



# Продольное "вырезание" замкнутой полосы из полосы Мёбиуса с использованием трансформера Рюмина





**Продольное "разрезание" листа Мёбиуса на  $\frac{1}{5}$  от  
всей ширины на трансформере Рюмина**



**Продольное "разрезание" листа Мёбиуса на  $\frac{2}{5}$  от  
всей ширины на трансформере Рюмина**



# Обобщенная таблица результатов разрезания

№	Описание эксперимента	Предполагаемый результат эксперимента	Действительный результат эксперимента
1	Разрез на $\frac{1}{2}$	Два соединённых листа Мёбиуса	Один лист, в два раза больше исходного с четырьмя перекручиваниями
2	Разрез на $\frac{1}{3}$	Лист Мёбиуса, в три раза большего размера, притом перекрученный	Лента в два раза больше с четырьмя перекручиваниями, соединенная с листом Мёбиуса исходного размера
3	Разрез на $\frac{1}{4}$	Две соединенных ленты с четырьмя перекручиваниями в два раза больше исходных размеров	Предполагаемый результат подтвердился
4	Разрез на $\frac{1}{5}$	Две соединённых ленты: одна в два раза больших размеров и с четырьмя перекручиваниями, и одна лента Мёбиуса исходного размера	Предполагаемый результат подтвердился
5	Разрез на $\frac{1}{6}$	Две соединённых ленты: одна в два раза больших размеров и с четырьмя перекручиваниями, и одна лента Мёбиуса исходного размера	Предполагаемый результат подтвердился

# Объяснение парадокса неожиданных свойств разрезания листа Мёбиуса на основе формул для площади и периметра

Анализируя полученные результаты, возникает вопрос о природе данного тополого-геометрического парадокса в рамках экспериментов с разрезанием.

Один из вариантов объяснения этого парадокса заключается в применении полученных формул для площади  $S$  и периметра  $L$  полосы Мёбиуса, зависящих от её скрученности и размеров (площади  $S_0$  и периметра  $L_0$ ).

Записывая условия сохранения площади и периметра разрезаемой полосы, получаем систему уравнений третьей степени с числом неизвестных, количественно равным числу полос, получаемых при разрезании.

**Аналитически доказано, что периметр  
полосы Мёбиуса  $L$  и площади полосы Мёбиуса  
 $S$  выражаются формулами:**

$$**$L=4\pi R(1+\Lambda^2/8R^2),$**$$

$$**$S=4\pi R\Lambda(1+\Lambda^2/24R^2),$**$$

где  $\Lambda$  - полуширина полосы Мёбиуса;  $R$  - радиус окружности, образующей лист Мёбиуса. Данные формулы получены и справедливы для случая, когда  $\Lambda \ll R$ .

**А теперь если разрезать поперёк лист  
Мёбиуса, то какими свойствами будут  
обладать полученные фигуры?**

# Двухрёберная мёбиусная поверхность



# Трёхрёберная мёбиусная поверхность



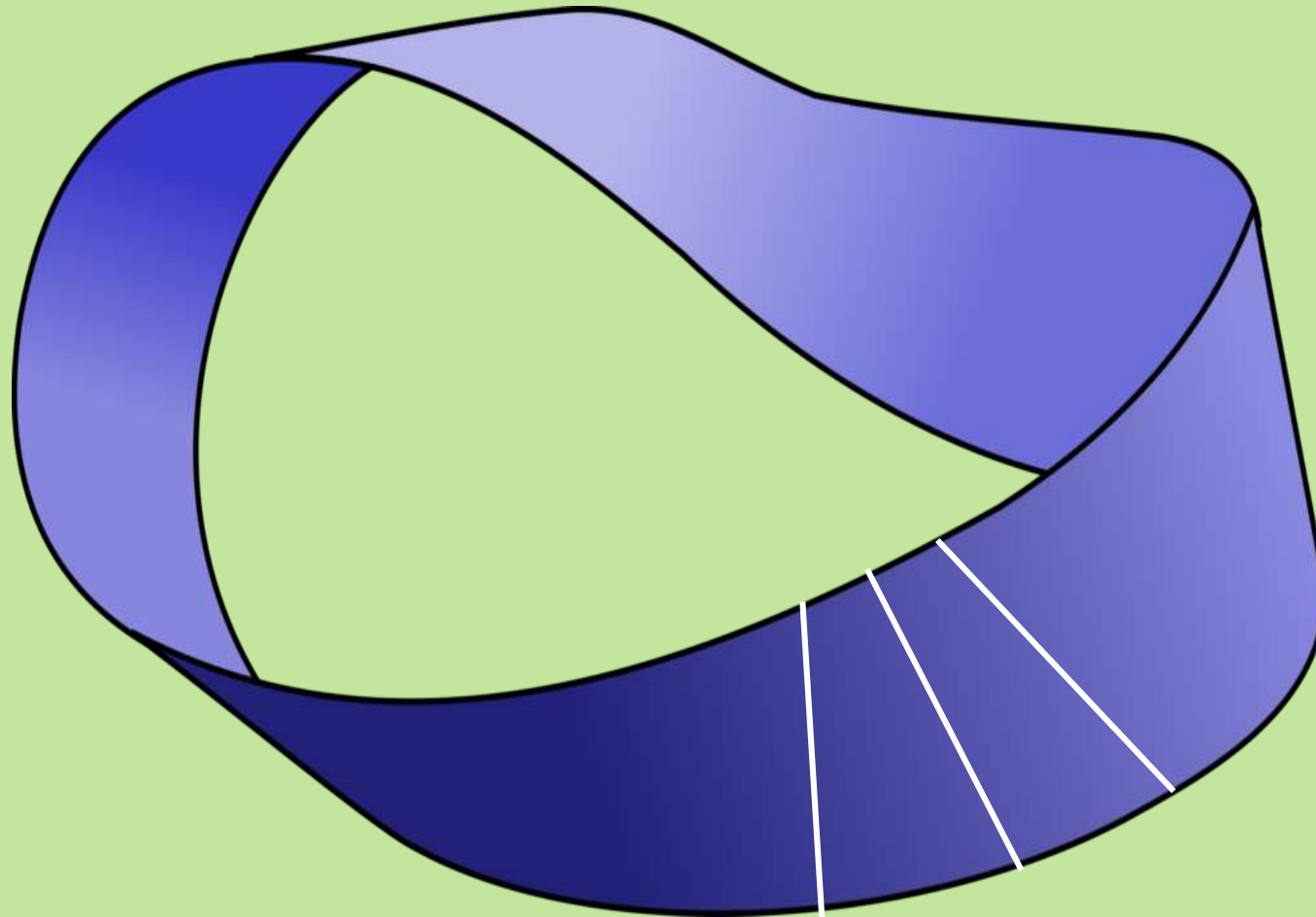


## **Поперечное разрезание поверхности Мёбиуса: минимальное число разрезов для "изгиба-кручения" полосы Мёбиуса**

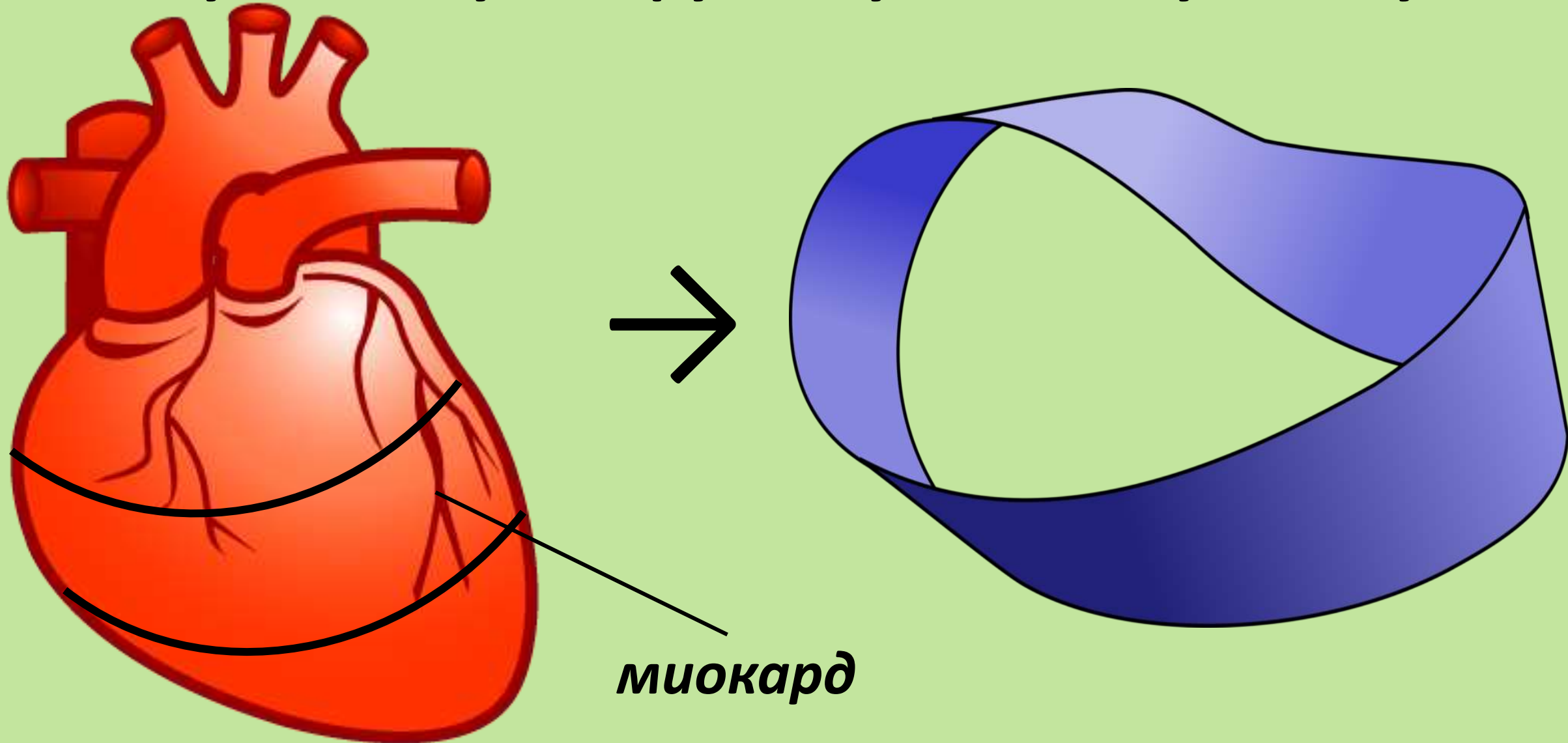
Экспериментальным путём доказывається утверждение о том, что минимальное число поперечных разрезов изгибаемой и скручиваемой многогранной поверхности в классе односторонних поверхностей достигается на полосе Мёбиуса и равно трём.

Действительно, показано, что на односторонней многогранной поверхности с поперечными разрезами изгиб с кручением отсутствует, а с тремя поперечными разрезами - изгиб с кручением имеет место.

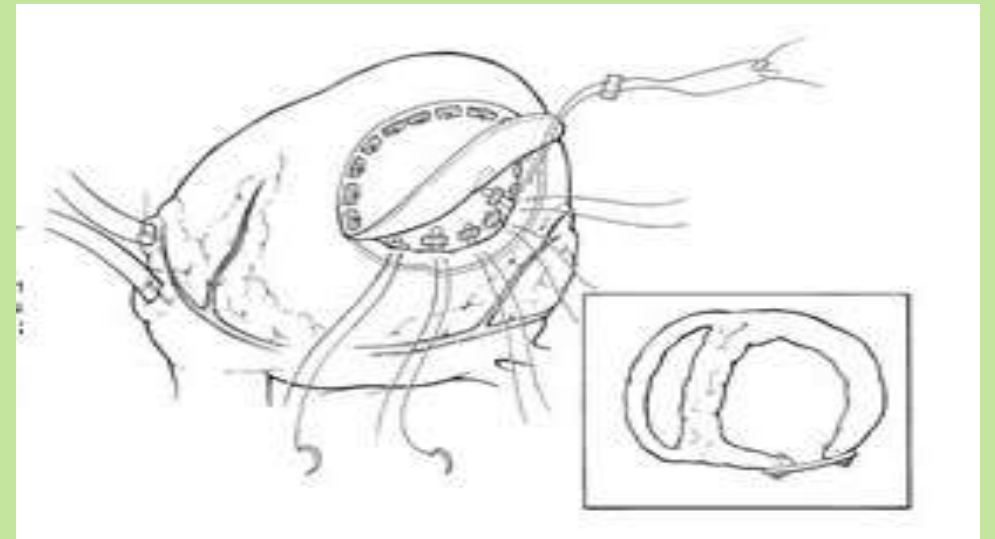
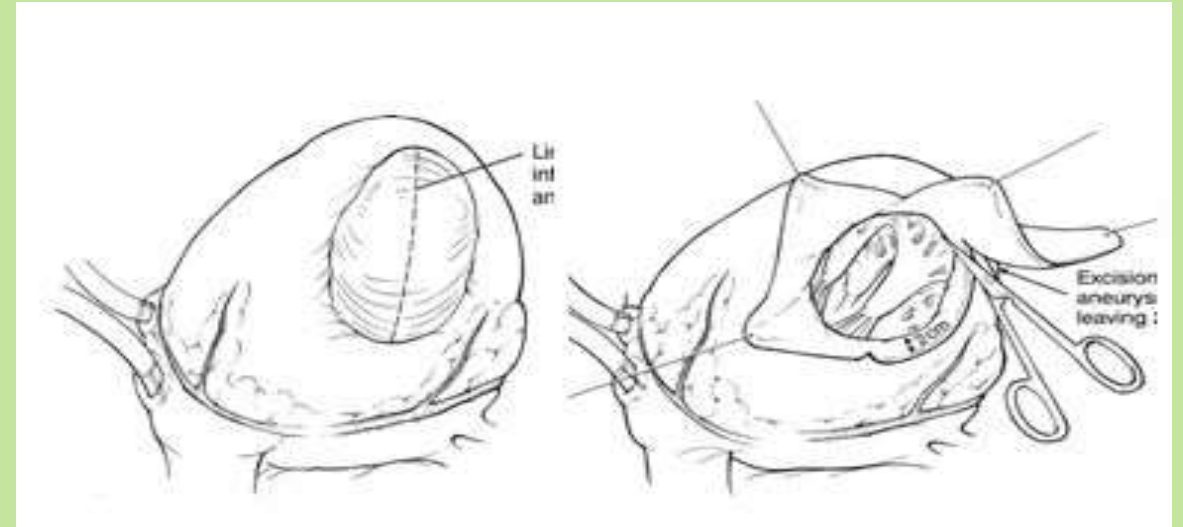
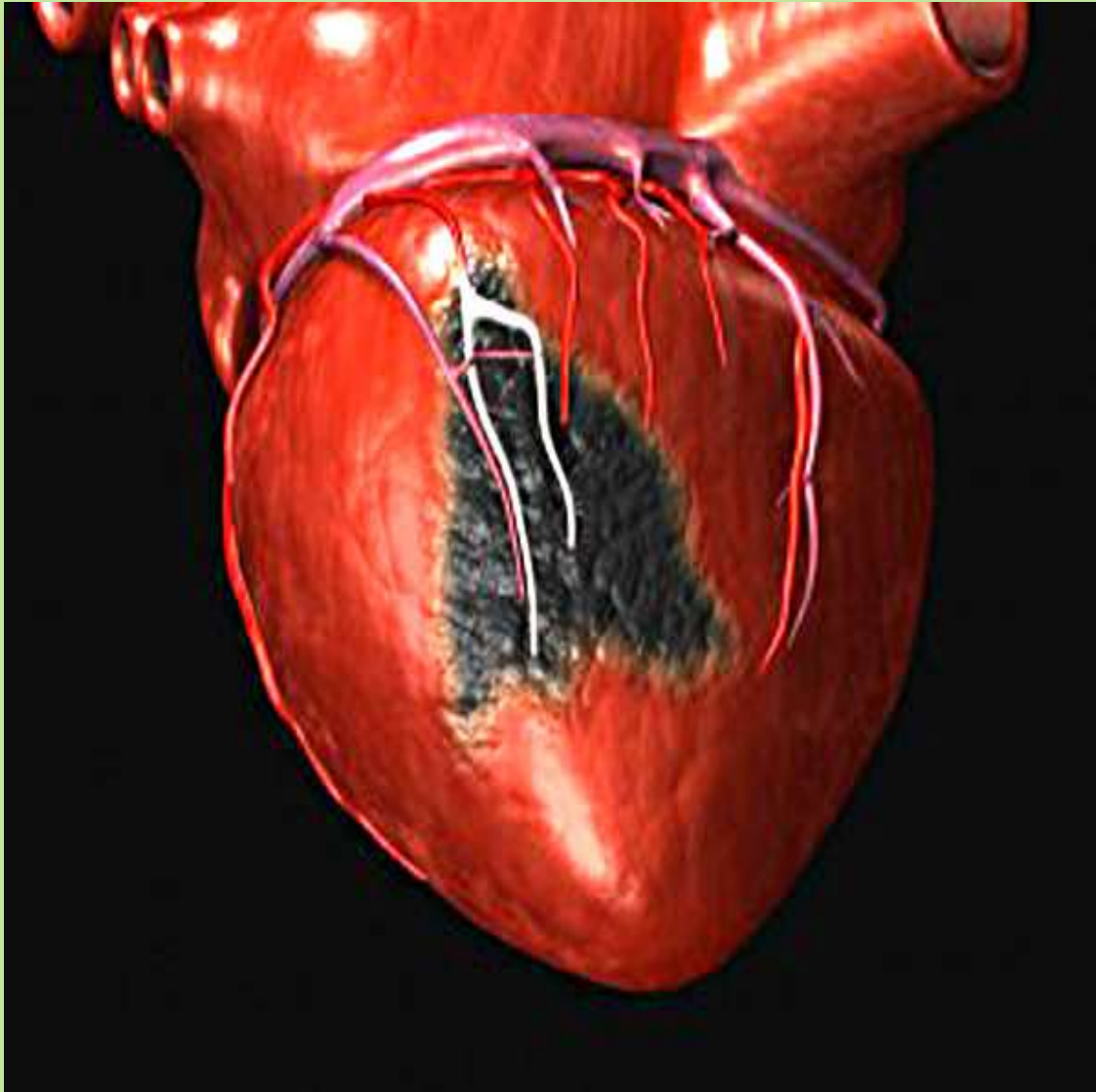
**Минимальное число поперечных разрезов,  
обеспечивающих "изгибно-крутильные"  
характеристики полосы Мёбиуса**



# Открытие разворачивания миокарда сердца в "толстую изогнуто-скрученную" полосу Мёбиуса



# Применение результатов исследования поперечного и продольного разрезания листа Мёбиуса в кардиохирургии



# Заключение

- 1) Вырезание области, то есть комбинация продольного и поперечного разрезания полосы Мёбиуса является тополого-геометрическим парадоксом.
- 2) Необходимо продолжать исследования разрезания полосы аналитическими и экспериментальными методами.
- 3) Результаты этих исследований имеют практическую кардиохирургическую значимость.

# Библиография

1. Фукс Д. Лента Мёбиуса. Вариации на старую тему // «Квант», № 1, 1979.
2. Марушина Т.Д. Разрезание лент // Исследования в области естественных наук. 2014. № 7
3. Сангалова М.Е. Использование эксперимента при изучении топологических свойств поверхностей // Сборник научных трудов по материалам Международной науч.-практ. конф. «Современные направления теоретических и прикладных исследований '2011». Том 23. – Одесса: Черноморье, 2011. С. 73–77
4. Кордемский Б. А. Топологические опыты своими руками Квант, 1974
5. Buckberg, G.D. The helical ventricular myocardial band: global, three-dimensional, functional architecture of the ventricular myocardium, Cardiothoracic surgery (2007)

# Спасибо за внимание!

Арутюнов Юрий Артёмович

Tel.: 8(964)585-37-66

E-mail: [double-spiral@yandex.ru](mailto:double-spiral@yandex.ru)

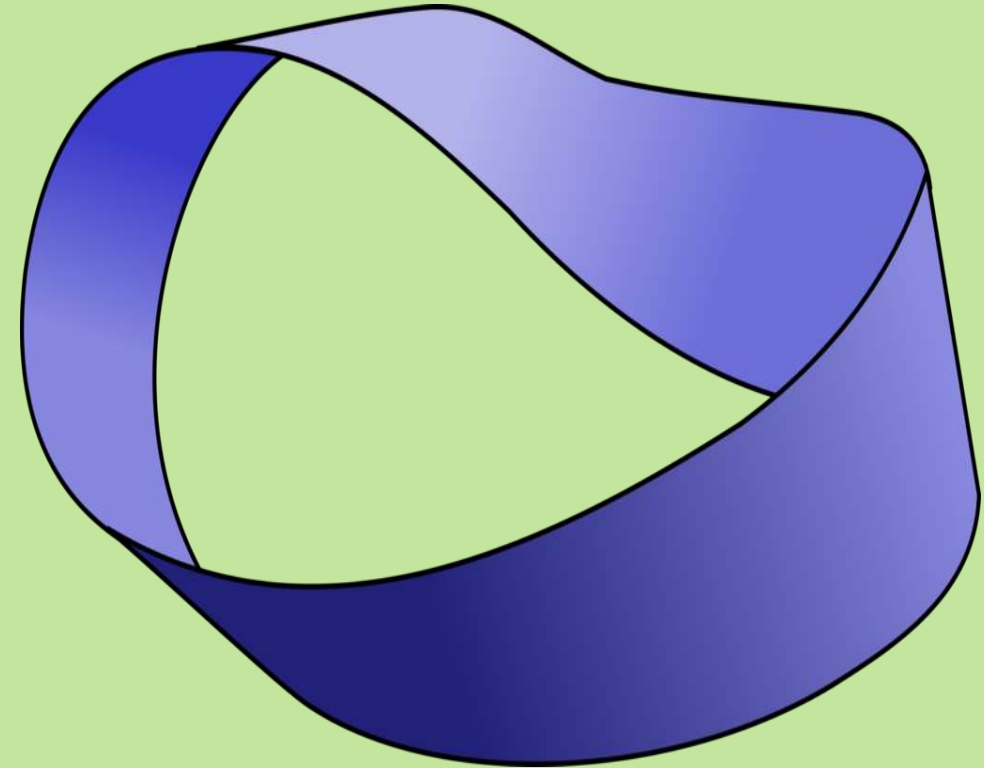
# Физика листа Мёбиуса

Арутюнов Ю.А., к.ф.-м.н., ведущий научный  
сотрудник, ФГБУ «Федеральный научно-  
клинический центр спортивной медицины и  
реабилитации» ФМБА России



# О листе Мёбиуса

- Изучением ленты Мёбиуса и множества других интересных объектов занимается – **топология**, раздел математики, который исследует неизменные свойства объекта при его непрерывной деформации – растяжении, сжатию, изгибе, без нарушения целостности.
- "Отцом" открывателем этой необычной ленты признан немецкий математик **Август Фердинанд Мебиус**, ученик Гаусса, написавший не одну работу по геометрии, но прославившийся преимущественно открытием односторонней поверхности в 1858 году.
- Хорошо известны тополого-геометрические свойства листа Мёбиуса и технические устройства, основанные на геометрических характеристиках "полосы Мёбиуса".
- Менее известны физико-механические, электрофизические, магнитофизические и гидродинамические характеристики "полосы Мёбиуса", поэтому данная работа посвящена исследованию именно этих характеристик "полосы Мёбиуса".



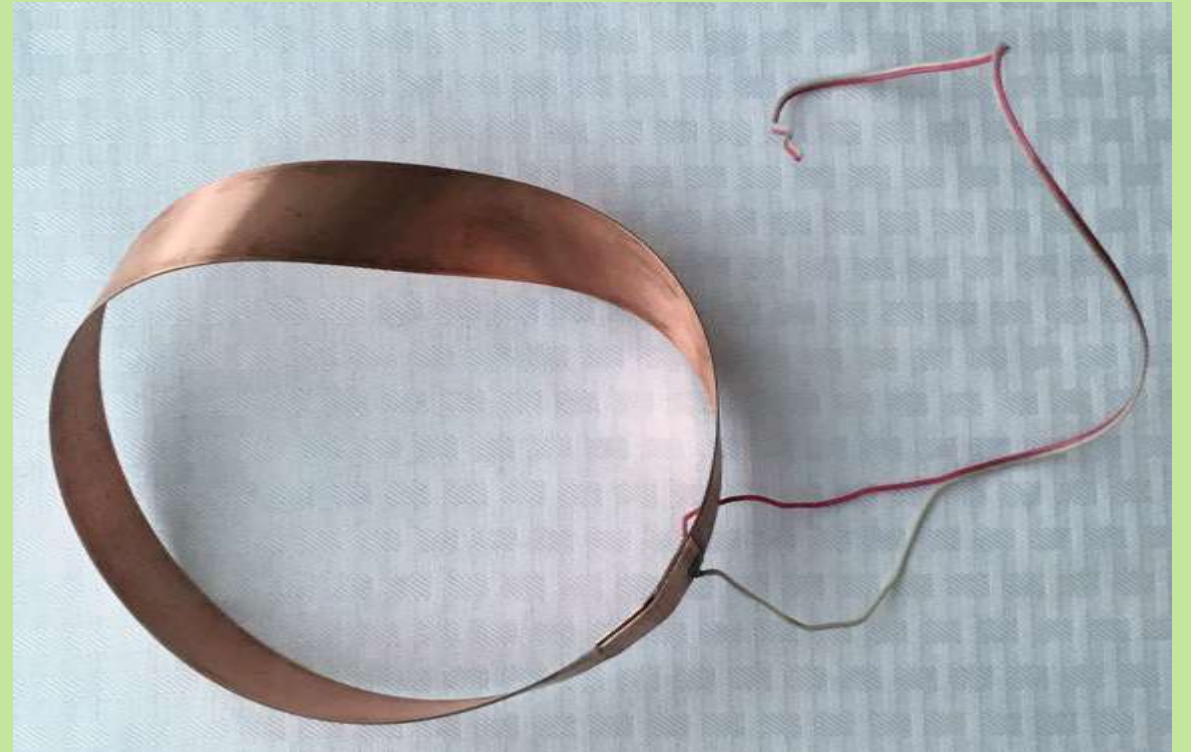
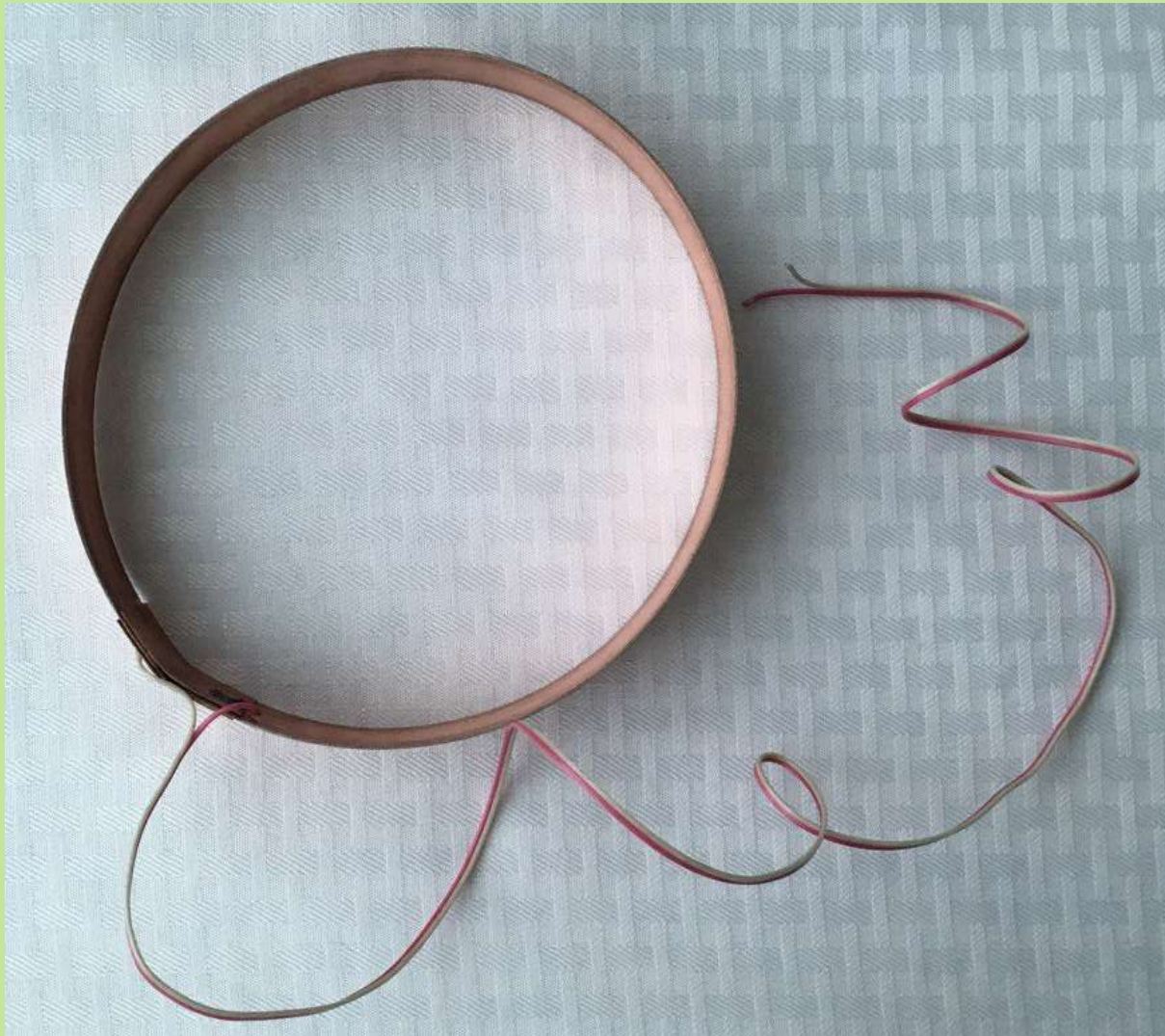
# Экспериментальные образцы для исследования физико-механических характеристик двух полос



# Исследования частотных характеристик "полосы Мёбиуса" и кольцевой полосы

- Экспериментальным путём проведены сравнительные исследования частотных характеристик силовой конструкции в виде "полосы Мёбиуса" и кольцевой полосы одинаковой длины, ширины и толщины.
- На основе экспериментальных исследований показано, что частота собственных колебаний "полосы Мёбиуса" вдвое меньше, чем частота собственных колебаний кольцевой полосы.

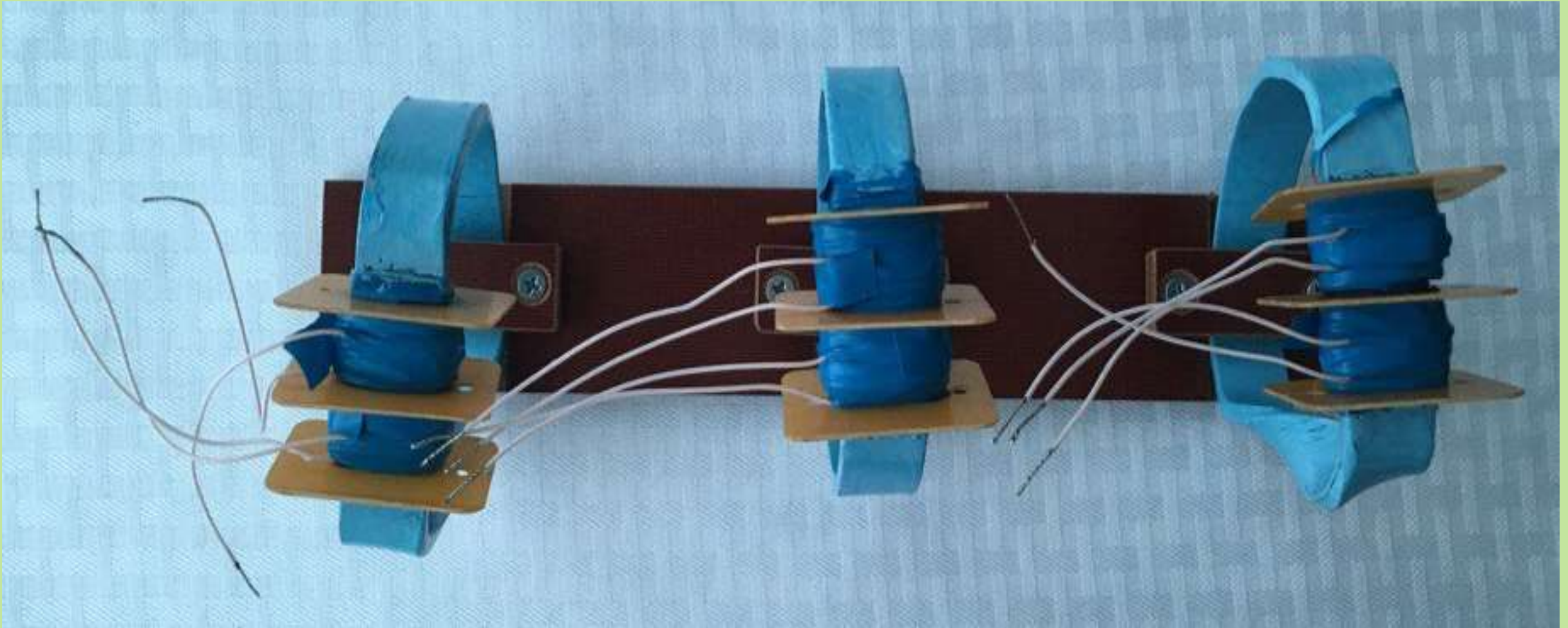
# Экспериментальные образцы для исследования электро- физических характеристик двух полос



# Исследования индуктивного сопротивления "полосы Мёбиуса" и кольцевой полосы

- Экспериментальным путём проведены сравнительные исследования индуктивного сопротивления "полосы Мёбиуса" и кольцевой электропроводящей полосы одинаковой длины, ширины и толщины.
- На основе экспериментальных исследований показано, что индуктивное сопротивление электропроводящей "полосы Мёбиуса" примерно вдвое меньше, чем индуктивное сопротивление электропроводящей кольцевой полосы, а при определённой частоте тока индуктивное сопротивление равно нулю, то есть "полоса Мёбиуса" обладает только активным сопротивлением.

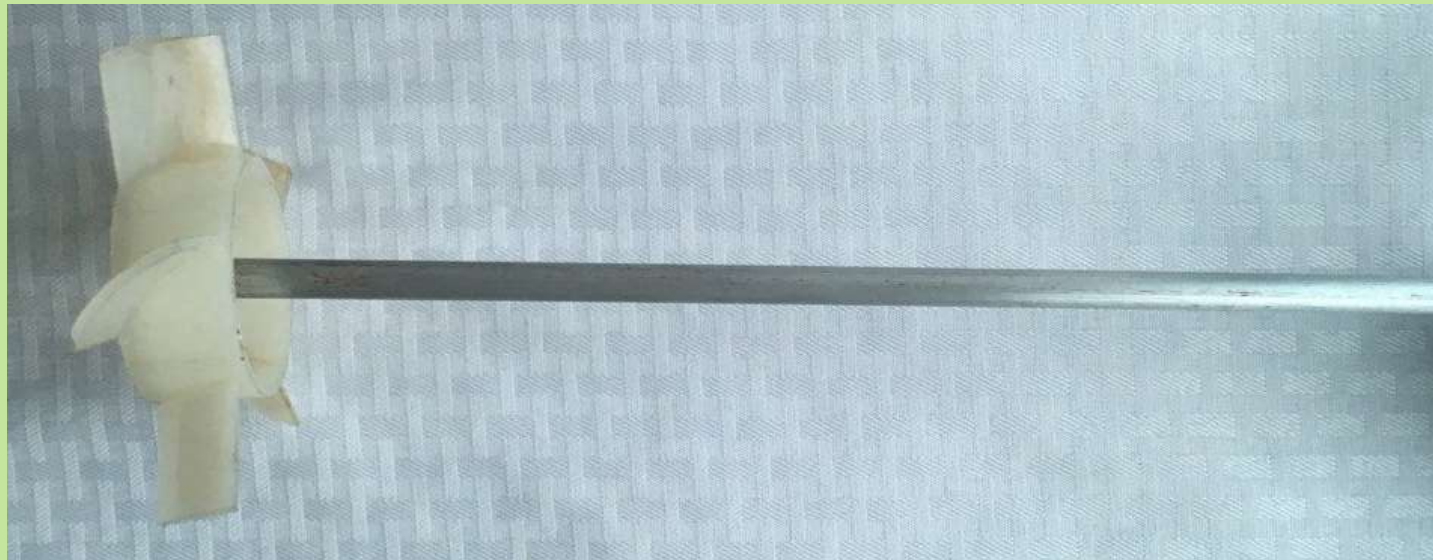
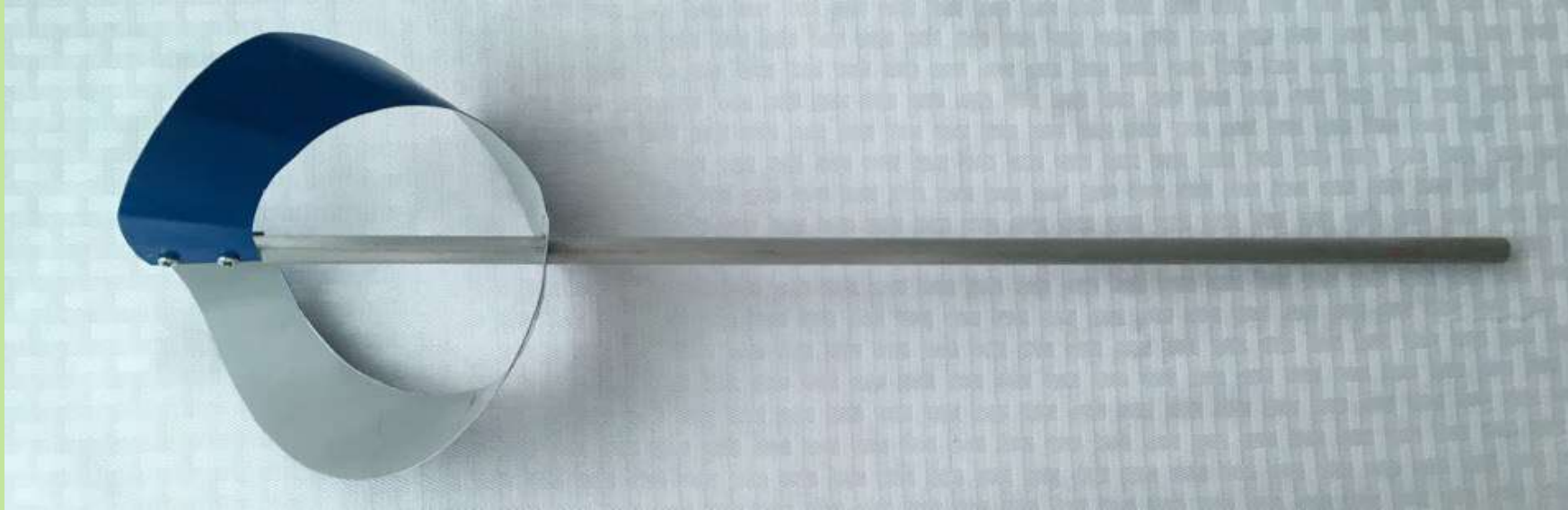
# Экспериментальные образцы для исследования магнито-физических характеристик двух магнитопроводов



# Исследования магнитной индукции "полосы Мёбиуса" и кольцевой полосы

- Экспериментальным путём проведены сравнительные исследования магнитной индукции "полосы Мёбиуса" и кольцевого магнитопровода одинаковой длины, ширины и толщины.
- На основе экспериментальных исследований показано, что магнитная индукция "полосы Мёбиуса" заметно меньше, чем магнитная индукция кольцевой полосы. Этот факт свидетельствует о том, что в "полосе Мёбиуса" возникновение индукционного тока в разы меньше в кольцевой полосе.

# Экспериментальные образцы для исследования гидродинамических характеристик двух смесителей





## Исследования энергетических затрат на смешение сред "полосой Мёбиуса" и стандартным смесителем

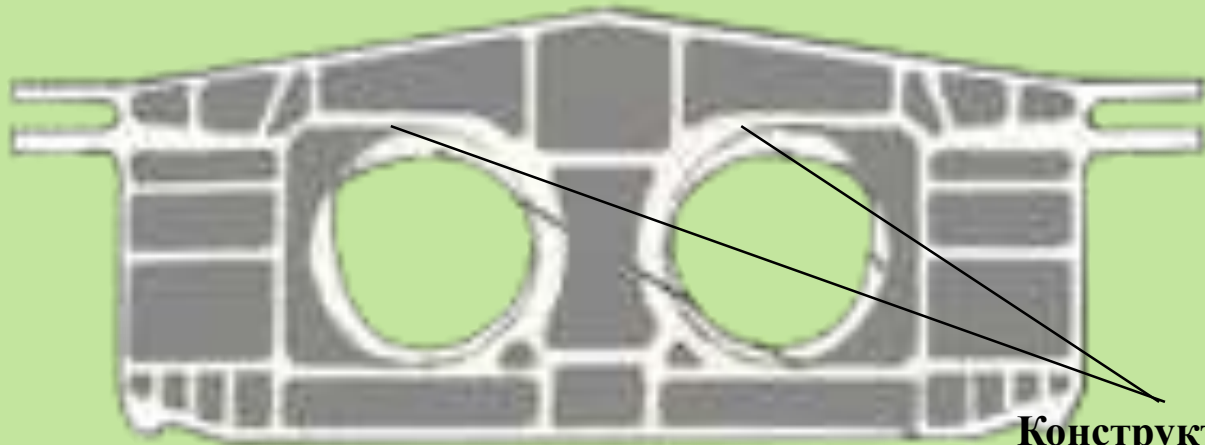
- Экспериментальным путём проведены сравнительные исследования энергетических затрат "полосы Мёбиуса" и стандартного смесителя одинаковых габаритных размеров.
- На основе экспериментальных исследований показано, что энергозатраты на смешивание до одинакового качества смешивания текучих сред отличаются так, что энергозатраты "полосы Мёбиуса" примерно на 20%-50% меньше, чем у соответствующего стандартного смесителя.

# Практическое использование результатов исследований:

1. Силовая конструкция шпангоута самолёта;
2. Электротехнические устройства: трансформаторы;
3. Промышленные и бытовые смесители.

# Применение силовых конструкций "полосы Мёбиуса" в авиастроении

Предварительные расчетно-экспериментальные исследования показали, что применение элементов «односторонней топологии» (стержней, колец, рам) в силовых конструкциях позволяет практически удвоить их жесткость при сохранении массы или на 50% снизить массу силовых элементов при сохранении заданной жесткости. Для примера приведена конструкция силового шпангоута для двухдвигательного самолета, который включает в себя силовые элементы (кольца) в виде листа Мебиуса.



Конструктивные элементы  
«односторонней  
топологии»



**Конструкции силового шпангоута самолета с силовыми элементами типа листа Мебиуса**

# Применение электромагнитofизических свойств "полосы Мёбиуса" в электротехнике



Стандартный стержневой магнитопровод



Стержневой магнитопровод с топологией лист Мебиуса



Стержневой двухкатушечный магнитопровод с топологией лист Мебиуса

# Применение гидродинамических свойств "полосы Мёбиуса" в промышленных смесителях



# Характеристика промышленных смесителей

N	Рабочий орган	Качество смешивания		Скорость вращения	Энергетика	
		Колич оценка С	Качест оценка		М [кг*м]	W [Вт]
1	Турбина Раштона (базовая модель)	1	1	1	1	1
2	Мебиус - 0	0.36	3	1.78	0.40	0.63
3	Мебиус - 7	0.47	4	1.57	0.49	0.80
4	Турбина - S	0.43	5	1.03	0.53	0.55
5	Турбина – M2	0.40	4	1.28	0.41	0.54

# Выводы

- 1) Физические характеристики "полосы Мёбиуса" заметно отличаются от характеристик цилиндрической полосы.
- 2) Необходимо продолжать исследования физических характеристик "полосы Мёбиуса" с использованием расчётно-экспериментальных исследований.
- 3) Результаты исследования физических характеристик "полосы Мёбиуса" имеют практическую ценность в технике. Такие физико-механические, электрофизические, магнитофизические и гидродинамические характеристики "полосы Мёбиуса" уже применяются и будут применяться в технике.

# Список литературы

1. Фукс Д. Лента Мёбиуса. Вариации на старую тему // «Квант», № 1, 1979.
2. Бирюк В.И., Арутюнов Ю.А. Теоретическое и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния упругих тел с односторонней поверхностью и их использование для повышения весовой эффективности силовых конструкций // отчет о НИР № 97-01-00311 (Российский фонд фундаментальных исследований)
3. Чащин Е.А., Арутюнов Ю.А., Бадалян Н.П., Дробязко А.А., Шашок П.А. Влияние топологии листа Мёбиуса на магнитные свойства магнито-мягких ферромагнетиков в замкнутой цепи // Интернет-журнал Науковедение. 2017. Т. 9. № 1. С. 53.
4. Арутюнов Ю.А., Гориславская Л.А. Moebius shaped mixing accessory // патент на изобретение USA 5,411,330 02.05.1995



# Спасибо за внимание!

Арутюнов Юрий Артёмович

Tel.: 8(964)585-37-66

E-mail: [double-spiral@yandex.ru](mailto:double-spiral@yandex.ru)

# **Создание новых устройств и технологий на основе методов топологического проектирования и оптимизации**

Арутюнов Ю.А., к.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник ФГБУ ФНКЦСМ ФМБА России

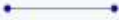
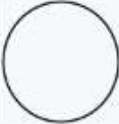





# Содержание

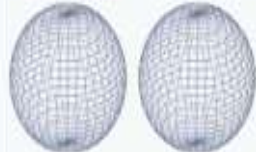
1. Нобелевская премия по физике 2016 года: топологические переходы и топологические состояния фазовых сред
2. Основы топологических представлений и существующие достижения в применении в технике методов топологического проектирования и оптимизации
3. Топологическое проектирование и оптимизация силовых конструкций
4. Топологическое проектирование и оптимизация электротехнических устройств
5. Топологическое проектирование и оптимизация аэродинамических поверхностей
6. Топологическое проектирование и оптимизация промышленного оборудования и технологий

# РАЗДЕЛ 1

Основы топологических представлений и  
существующие достижения в применении в  
технике методов топологического  
проектирования и оптимизации

# Топологическое описание геометрических фигур и поверхностей

Название	Вид	Эйлера характеристика
Отрезок		1
Окружность		0
Круг		1
сфера		2
Тор (произведение двух окружностей)		0
Двойной тор		-2
Тройной тор		-4

Вещественная проективная плоскость		1
Лист Мёбиуса		0
Бутылка Клейна		0
Две сферы (несвязные)		$2 + 2 = 4$
Три сферы		$2 + 2 + 2 = 6$

# Определение Эйлеровой характеристики гладких фигур и поверхностей

## Эйлерова характеристика полиэдров [ [править](#) | [править вики-текст](#) ]

- Эйлерова характеристика двумерных топологических полиэдров может быть посчитана по формуле:  $\chi = \Gamma - P + B$  где  $\Gamma$ ,  $P$  и  $B$  суть числа граней, рёбер и вершин соответственно. В частности, для односвязного многогранника верна *формула Эйлера*:

$$\Gamma - P + B = \chi(S^2) = 2.$$

Например, Эйлерова характеристика для куба равна  $6 - 12 + 8 = 2$ , а для треугольной пирамиды  $4 - 6 + 4 = 2$ .

## Формула Гаусса — Бонне [ [править](#) | [править вики-текст](#) ]

Для компактного двумерного ориентированного риманова многообразия (поверхности)  $S$  без границы существует формула Гаусса — Бонне, связывающая эйлерову характеристику  $\chi(S)$  с гауссовой кривизной  $K$  многообразия:

$$\int_S K d\sigma = 2\pi\chi(S),$$

где  $d\sigma$  — элемент площади поверхности  $S$ .

# Топологическое описание сердечно-сосудистой системы

Топологические операции «вклейки» ручки и пленки.



Дуплекс-сфера и ее характеристика  $\chi = 0$

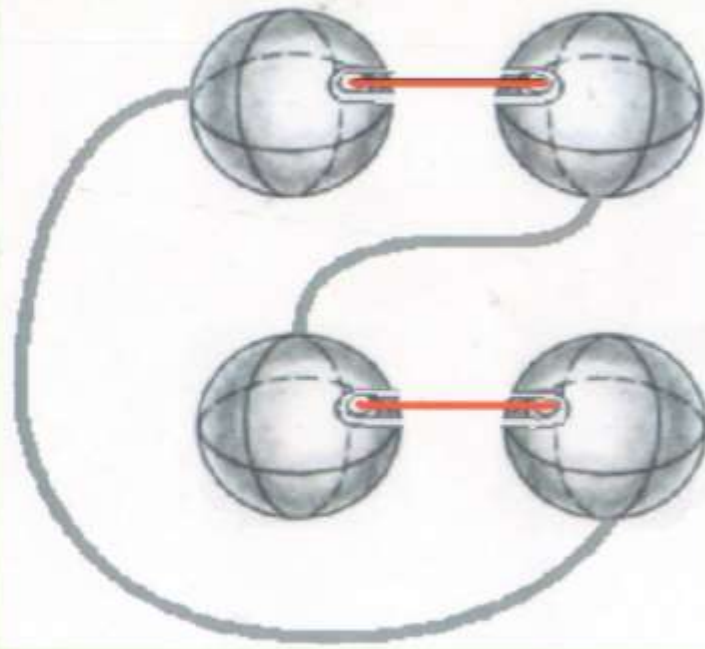
$\chi = 2$        $\chi = 0$



Дуплекс-сфера как системное объединение «внешности-внутренности» и «вогнутости-выпуклости» обычной сферы



Топологическое представление сердца как дуплекс-сферы



Теорема

Всякая сфера с эйлеровой характеристикой  $\chi = 2 - 2n$  гомеоморфна сфере с  $\chi = 2$  с  $n$  ручками

## РАЗДЕЛ 2

# Топологическое проектирование и оптимизация силовых конструкций



## Логика «спящего элемента»

Резонанс весьма часто наблюдается в природе. Большинство сооружений способны совершать собственные колебания, поэтому периодические внешние воздействия могут вызвать их резонанс. Во всех случаях резонанс приводит к резкому увеличению амплитуды вынужденных колебаний всей конструкции и может привести к разрушению сооружения. Для устранения резонанса подбирают свойства системы так, чтобы её нормальные частоты были далеки от возможных частот внешнего воздействия, либо используют в том или ином виде явление антирезонанса (применяют поглотители колебаний, или успокоители).

Воздушный поток набегает на полотно с одной стороны, тормозя, обтекает его и вихрями срывается с другой. Вихри (срывной флаттер) то повышают, то понижают давление на полотно моста. В результате каждый сорвавшийся вихрь словно ударяет по нему. Это равносильно тому, что кто-то начинает трясти мост с определенной частотой. Если периодичность появления вихрей (ударов) совпадёт с частотой собственных колебаний одного или нескольких пролетов, то мост пойдёт вразнос.



Причиной самопроизвольного обрушения моста может стать его неправильная конструкция. При создании проекта моста следует всегда учитывать возможные природные катаклизмы, такие, как сильный ветер или землетрясение. В противном случае вина ложится на архитектора, создававшего проект, так как мостостроитель должен принимать во внимание возможность природных бедствий.

Логика «спящего элемента» способствует повышению прочностных и жесткостных характеристик, характеристик устойчивости и заключается в использовании в силовых конструкциях элементов типа листа Мебиуса с предварительно созданным напряженно-деформированным состоянием или без него.



# Традиционные и новые топологии силовых элементов

В исследованиях, связанных с поиском перспективных конструктивно-силовых схем авиационных конструкций, традиционно используются конструкции без предварительного напряжения. В таких конструкциях, где зоны разного типа деформаций (нормальных и касательных) разделены, характеристики прочности, жесткости и устойчивости определяются количеством силового материала в каждой из этих зон по отдельности. При этом внешнее силовое воздействие воспринимается силовым набором, в элементах которого деформации одного типа не переходят в другой.

Суть предлагаемого в данном проекте способа повышения прочностных и жесткостных характеристик, характеристик устойчивости заключается в использовании в силовых конструкциях элементов типа листа Мебиуса с предварительно созданным напряженно-деформированным состоянием или без него. В таких элементах зоны нормальных и касательных напряжений объединены так, что при приложении нагрузки один вид деформации (изгиб) «переходит» в другой (кручение). В этом случае внешнее силовое воздействие воспринимается конструкцией более эффективно (в работу включается весь материал, эпюры напряжений более равномерны), что приводит к повышению прочности, жесткости и характеристик устойчивости при сохранении веса силовой конструкции или к снижению веса конструкции при заданных требованиях к прочности (материалосберегающая конструкция).



## Предварительные расчетно-экспериментальные исследования

Предварительные расчетно-экспериментальные исследования показали, что применение элементов «односторонней топологии» (стержней, колец, рам) в силовых конструкциях позволяет практически удвоить их жесткость при сохранении массы или на 50% снизить массу силовых элементов при сохранении заданной жесткости. Для примера на рис. 1.6 приведена конструкция силового шпангоута для двухдвигательного самолета с лонжеронным креплением крыльев, который включает в себя силовые элементы (кольца) в виде листа Мебиуса.

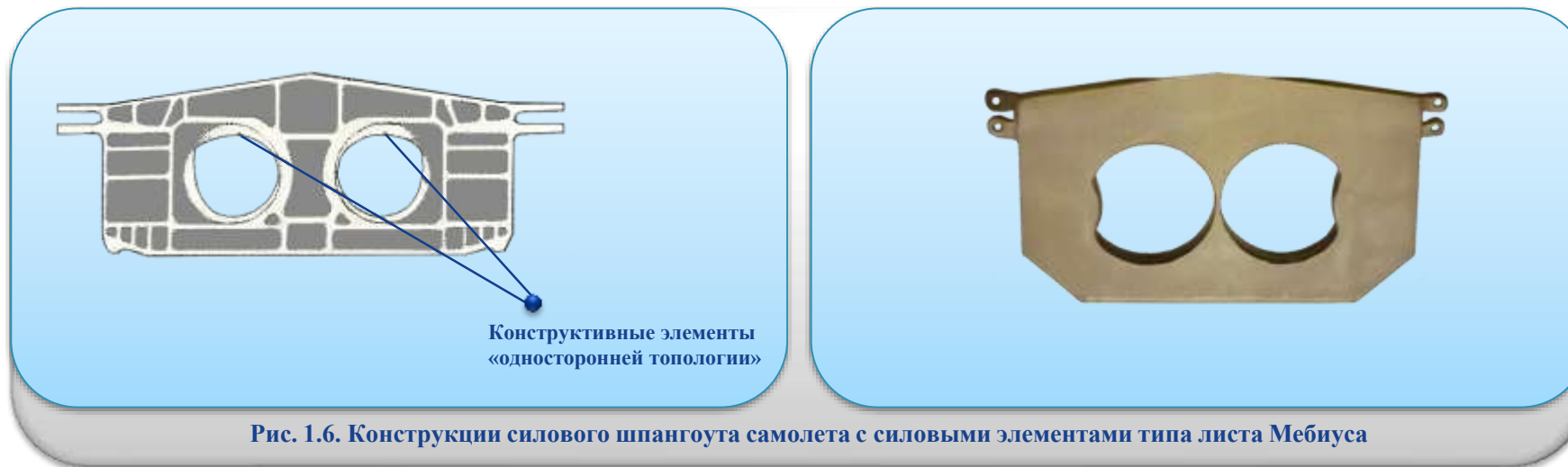


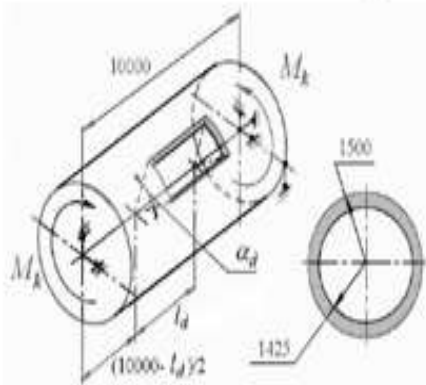
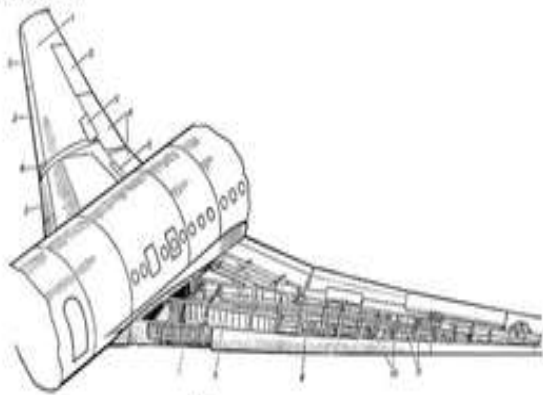
Рис. 1.6. Конструкции силового шпангоута самолета с силовыми элементами типа листа Мебиуса



# Топология фюзеляжа самолета и его монолитных панелей

## Топология силовых конструкций

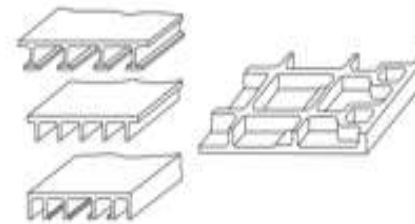
### 1. Топология фюзеляжа самолёта



Считается, что двери всех входов в фюзеляж, крышки люков и лючков, полы пассажирского салона, багажных отделений, пилотской кабины не участвуют в восприятии общего изгиба и кручения. Данные элементы не присутствуют в ПМ – их массы оцениваются с помощью статистики. Участки оболочки с высокой нерегулярностью набора заменены регулярно оребрёнными участками. Различия в массах таких участков, вызванные заменой,

учитываются статистически.

## Топология силовых наборов и материалов



### Монолитные панели

Особенно привлекательны своими возможностями по оптимизации распределения материала в конструкции монолитные панели, которые изготавливаются на фрезерных станках с

числовым программным управлением, рисунок 1.6.

Необходимо отметить, что наряду со многими достоинствами монолитные панели имеют и недостатки. Из них главные – высокая стоимость и опасность хрупкого разрушения

## 2. Крыло

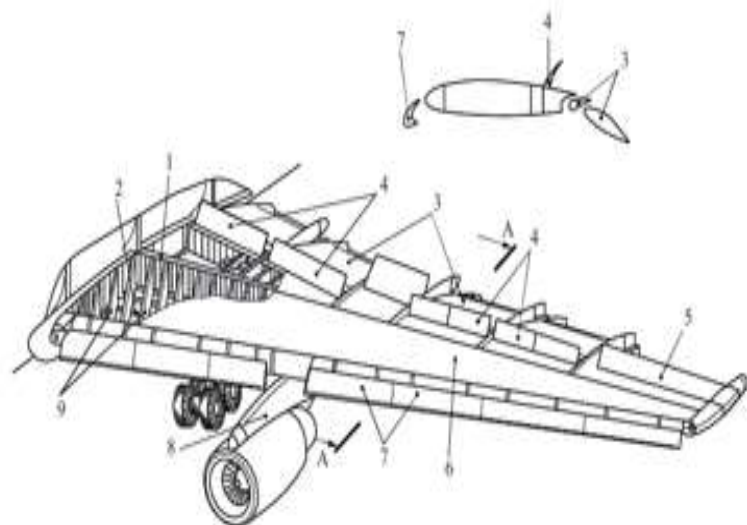


Рисунок 1.1 – Крыло современного пассажирского самолета:

- 1 – лонжерон, 2 – стрингер, 3 – закрылки, 4 – интерцепторы, 5 – элерон,  
6 – обшивка, 7 – предкрылки, 8 – пилон крепления двигателя.

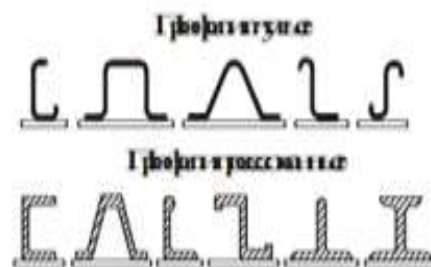
Типичная конструкция крыла состоит из обшивки и каркаса, который в свою очередь состоит из лонжеронов, нервюр и стрингеров. Хорошо спроектированные авиационные конструкции с высоким весовым совершенством, как правило, представляют собой ансамбль стержневых и тонкостенных элементов, работающих практически безмоментно. Их моментная работа по возможности ограничивается только восприятием местных нагрузок.

### Лонжероны

Основное назначение лонжеронов – передача перерезывающих сил в крыле (в полете – подъемной силы).

### Нервюры

Выполняют многие функции в крыле. Они задают аэродинамический профиль, собирают поперечную нагрузку со стрингеров, поддерживают панели обшивки со стрингерами от потери устойчивости при продольном сжатии, работают в свою очередь в вертикальном направлении при изгибе крыла. Кроме того, нервюры выполняют сложную и ответственную функцию передачи сосредоточенных сил на крыло. Это силы от кронштейнов навески элеронов, закрылков и предкрылков.



**Стрингеры** собирают воздушную нагрузку с поверхности крыла, но главное их назначение – участие в восприятии продольных усилий в панелях от общего изгиба крыла и поддержка обшивки от потери устойчивости при сжатии. На практике используются самые разнообразные формы поперечных сечений стрингеров, рисунок 1.5, с учетом особенностей конкретной конструкции крыла в целом.

## РАЗДЕЛ 3

# Топологическое проектирование и оптимизация электротехнических устройств

# Топологии магнитоэлектрических цепей

Стержневой сердечник

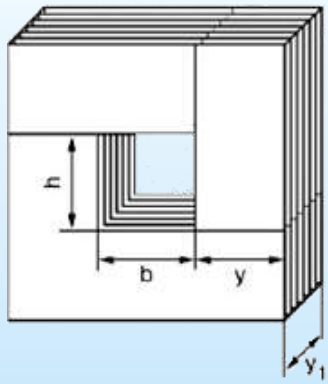


Рис. 1. Стержневой дроссель сложнее по конструкции и дороже, чем броневой, В отношении рассеяния магнитного потока практически не уступает тороидальному. Он тяжелее тороидального и броневого дросселя. С точки зрения технико-экономических показателей он один из наихудших.

Броневой сердечник

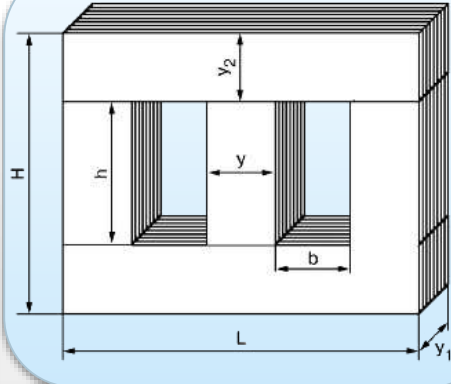


Рис. 2. Броневой дроссель прост по конструкции и имеет достаточную надежность. Он намного дешевле и технологичнее, чем тороидальный дроссель. Однако по сравнению с ним у броневого дросселя в самых неблагоприятных направлениях в 20 раз меньше поле рассеяния магнитного потока.

Тороидальный (кольцевой) сердечник

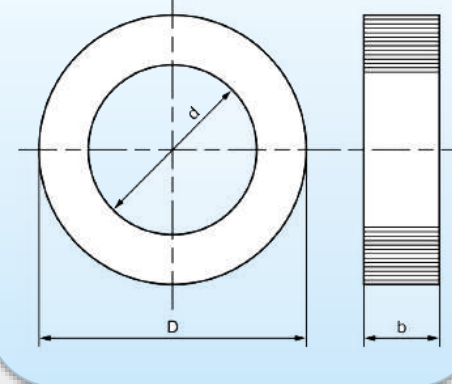
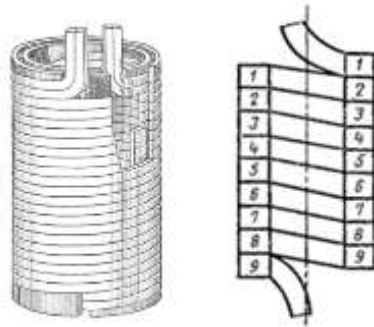


Рис. 3. Тороидальный дроссель обладает наилучшими свойствами. У этого дросселя относительно малые поля рассеяния и малая подверженность внешним магнитным полям. Существенным его недостатком является нетехнологичность и, следовательно, высокая стоимость.



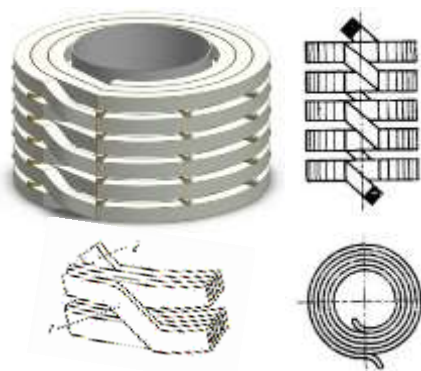
# Существующие топологии обмотки

## Цилиндрическая



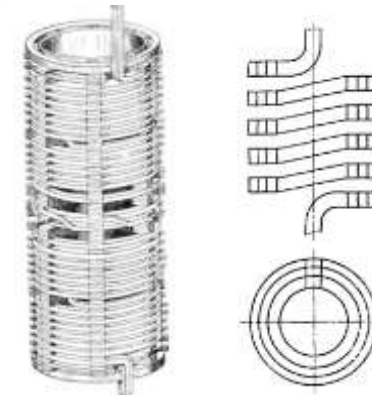
Цилиндрическая (рядовая) обмотка — витки обмотки располагаются в осевом направлении во всей длине обмотки. Последующие витки наматываются плотно друг к другу, не оставляя промежуточного пространства.

## Дисковая



Дисковая (непрерывная) обмотка — дисковая обмотка состоит из ряда дисков, соединённых последовательно. В каждом диске витки наматываются в радиальном направлении в виде спирали по направлению внутрь и наружу на соседних дисках.

## Винтовая



Винтовая (спиральная) обмотка — винтовая обмотка может представлять собой вариант многослойной обмотки с расстояниями между каждым витком или заходом обмотки. Эти обмотки применяют для трансформаторов мощностью выше 630 кВА, при больших токах (более 1000 А) и не очень высоких напряжениях (до 15 кВ).





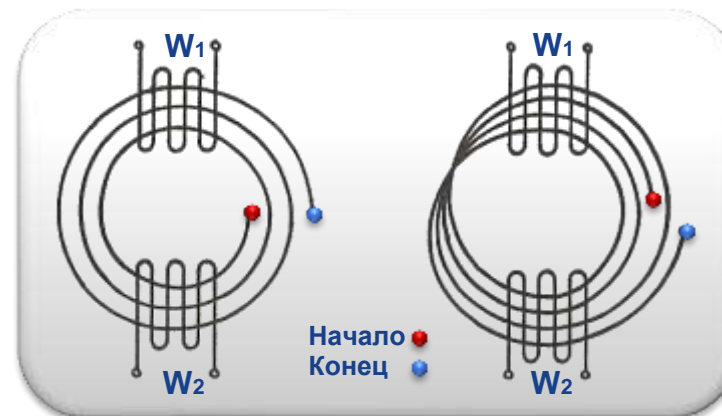
# Новые топологии: Магнитопровод

В основу данной разработки положены элементы, имеющие нетрадиционную одностороннюю поверхность (типа листа Мебиуса).

Конструкторское различие изготовленных образцов заключается в том, что в тороидальном сердечнике начало ленты сердечника находится внутри, а конец снаружи, в то время как у сердечника намотанного по Мебиусу начало ленты сердечника находится в середине магнитопровода, и при дальнейшей намотке ложиться то снаружи, то изнутри относительно своего начала.



Топология Лист Мебиуса (Спин +1) и (Спин -1)



Конструктивная схема



## Новые топологии: Обмотка

Исследования влияния на индуктивное сопротивление соленоида (X) обмотки, намотанной в виде кольца Мебиуса (М.О.), в сравнении с индуктивным сопротивлением соленоида, обмотка которого выполнена в виде обычной кольцевой намотки(С.О.). при различных «спинах» обмотки и магнитопровода.



Новая топология обмотки



Обмотка в виде кольца Мебиуса (спин +1)



Обмотка в виде кольца Мебиуса (спин -1)



Магнитопровод является неотъемлемой частью конструкции трансформатора выполняет две функции:

- составляет магнитную цепь, по которой замыкается основной магнитный поток трансформатора;
- предназначен для установки и крепления обмоток, отводов, переключателей.

По связанности магнитопроводы делятся:		По сечению и взаимному расположению обмотки делятся на :	
	<p>Броневого магнитопровод верхний – пластинчатый (шихтованный); нижний – ленточный</p>		<p><b>Цилиндрическая</b> Цилиндрическая (рядовая) обмотка — витки обмотки располагаются в осевом направлении во всей длине обмотки. Последующие витки наматываются плотно друг к другу, не оставляя промежуточного пространства.</p>

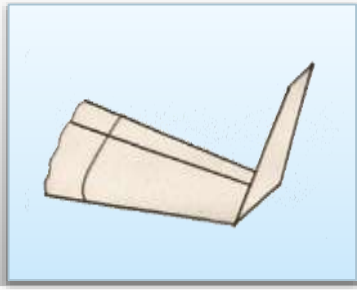
## РАЗДЕЛ 4

# Топологическое проектирование и оптимизация аэродинамических поверхностей

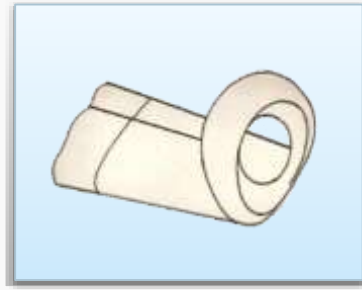
# Определение рациональных типов и параметров законцовок

## Исследуемые классы концевых поверхностей

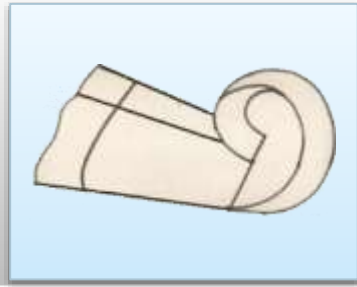
### Традиционная форма



### Спиройды



### Концевые поверхности односторонней топологии



### Концевые поверхности с вихрегенератором типа «Зуб»



## Исследуемые параметры

1. Угол отгиба (в т.ч. «вверх-вниз»)
2. Стреловидность (в т.ч. «прямая-обратная»)
3. Крутка
4. Размеры

## Исследуемые характеристики

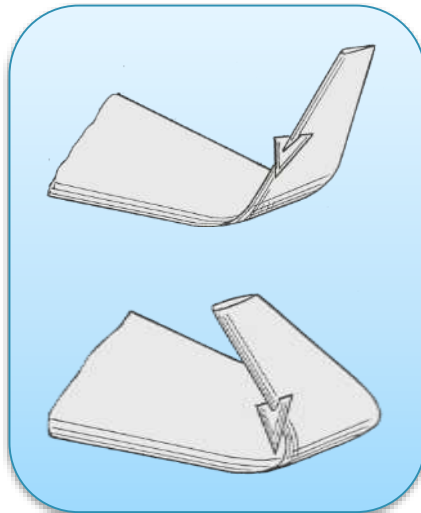
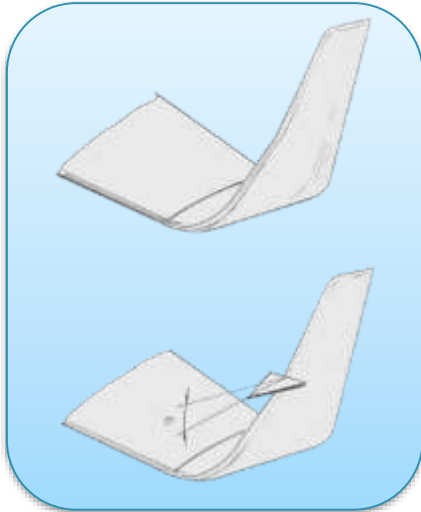
1. Аэродинамические
2. Прочностные и весовые
3. Характеристики аэроупругости
4. Характеристики устойчивости-управляемости
5. Технологические
6. Летно-технические характеристики
7. Стоимостные

## Применяемые методы

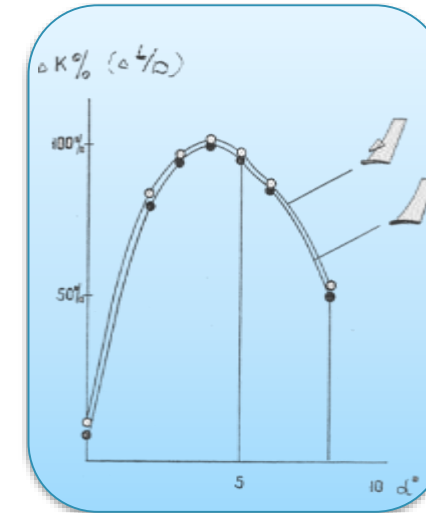
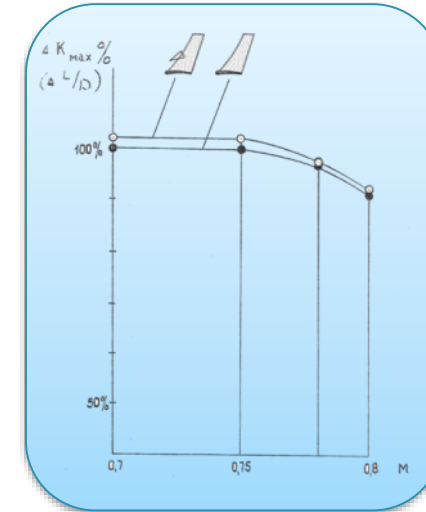
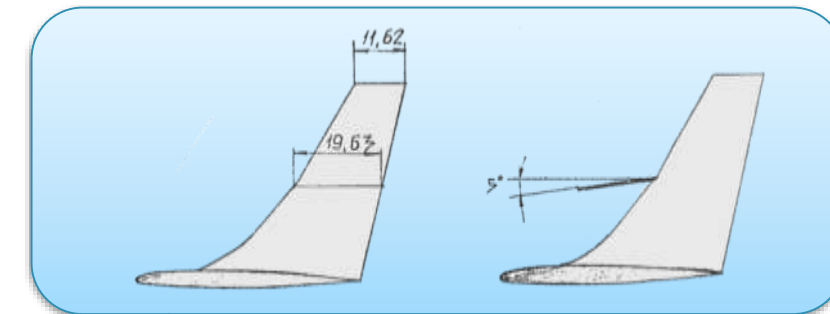
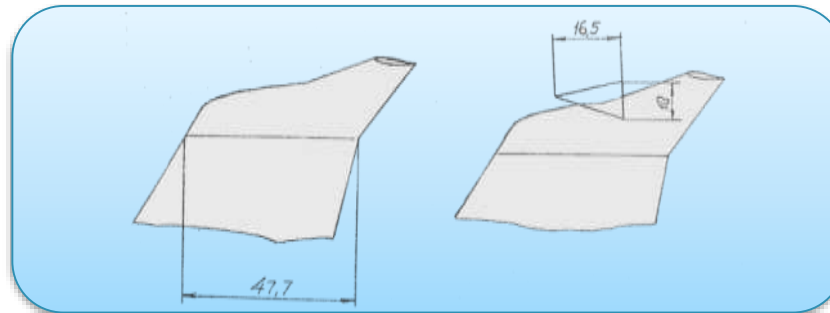
1. Теоретические
  - (а) Аэродинамика (вихревые, решение уравнения Эйлера)
  - (б) Прочность МКУ (метод конечного элемента)
2. Эксперимент
  - (а) Гидротруба
  - (б) Аэродинамическая труба
  - (в) Динамические подобные модели



## Концевое устройство с вихригенератором в виде «зуба»



Экспериментальные исследования плоского КУ с вихригенератором в виде «зуба» показали, что с вихригенератора сходят два вихря разного знака и один вихрь с кромки КУ. Т.е. вместо одного вихря сходящего с плоского КУ имеем несколько вихрей. При малых углах установки вихригенератора вихри на нем не образуются, т.к. на КУ возникают местные сколы потока, относительно которых угол атаки «зуба» нулевой

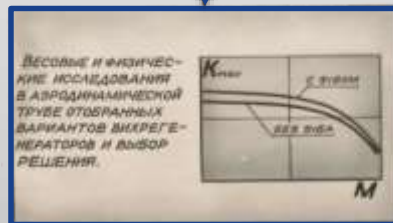
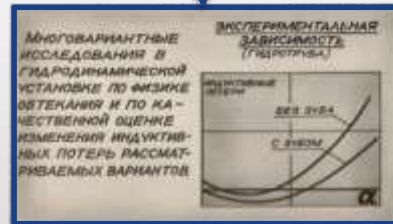
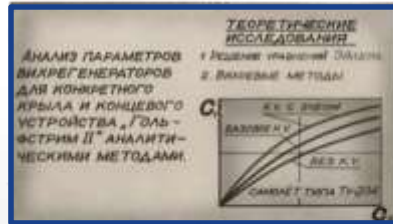


# Использование вихрегенераторов на концевых устройствах крыла

## Постановка задачи

Выбор основных геометрических параметров вихрегенератора и его ориентации на концевом устройстве крыла самолета «Гольфстрим-II» для обеспечения максимального прироста аэродинамического качества на крейсерном режиме полета

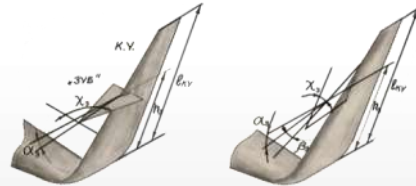
М  
е  
т  
о  
д  
о  
л  
о  
г  
и  
я  
р  
е  
ш  
е  
н  
и  
я  
з  
а  
д  
а  
ч  
и



## Вихрегенератор типа «Зуб»

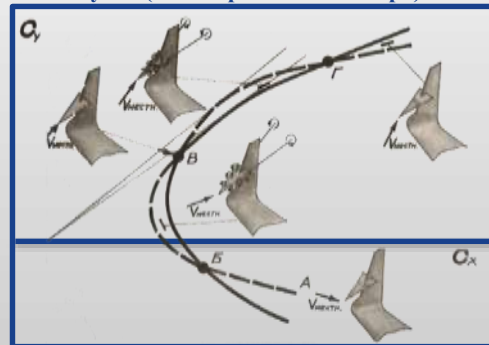
1. Достигнутый выигрыш по  $K_{max}$  от одного «зуба» на К.У. типа Ту-204-30% от эффекта,
2. Возможна комбинация «зубьев» и увеличение суммарного эффекта.
3. Строгая настройка на режим.
4. Минимальные доработки К.У.

### Параметры установки «Зуба»



$\alpha_1$  – УГОЛ УСТАНОВКИ «ЗУБА» В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ.  
 $\beta_2$  – УГОЛ УСТАНОВКИ «ЗУБА» В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ.  
 $\chi_3$  – УГОЛ СТРЕЛОВИДНОСТИ «ЗУБА».  
 $R_3 = h_3 / S_{kv}$  – ПАРАМЕТР УСТАНОВКИ «ЗУБА» ПО ВЫСОТЕ К.У.  
 $S_3 = S_3 / S_{kv}$  – ПАРАМЕТР РАЗМЕРНОСТИ «ЗУБА».

### Особенности воздействия вихрегенератора типа «Зуба» (неквадратичная поляра)

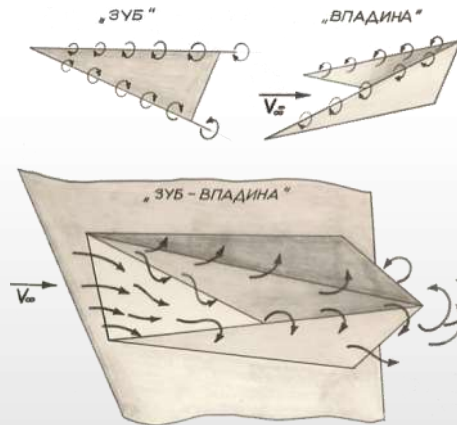


РАСПОЛОЖЕНИЕ ВЫДЕЛЕННЫХ ЗОН ПО  $C_y$  ЗАВИСИТ ОТ:  
 1. ГЕОМЕТРИИ ИСХОДНОГО КРЫЛА И К.У.;  
 2. РЕЖИМА ОБТЕКАНИЯ ( $\alpha$  и  $M$ );  
 3. ПАРАМЕТРОВ «ЗУБА» И ЕГО ОРИЕНТАЦИИ.

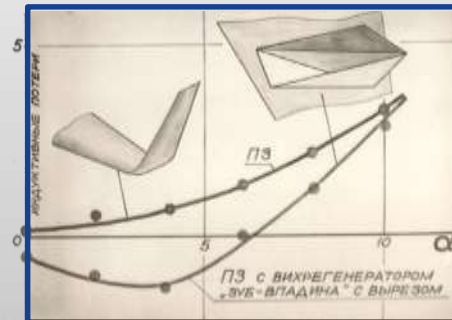
## Вихрегенератор типа «Зуб-впадина»

1. Самонастраиваемая система (доляен к режиму по углу  $\alpha$ ).
2. Существенные доработки самого К.У. (Перепускное окно)

### Схема визуализации



### Эффективность вихрегенератора типа «Зуб-впадина» (гидротруба)



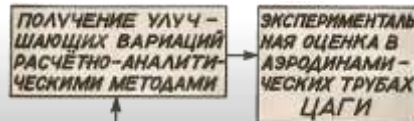
# К.У. с вихрегенератором для улучшения характеристик самолета

## Постановка задачи

**Вариант №1** Получение дополнительного прироста ( $\Delta K_{max}$ ) по сравнению с базовым вариантом К.У. (без вихрегенераторов) при неизменной величине изгибающего момента  $M_x$

**Вариант №2** Сохранение аэродинамического качества на уровне базового варианта при меньшей величине изгибающего момента.

### Методология



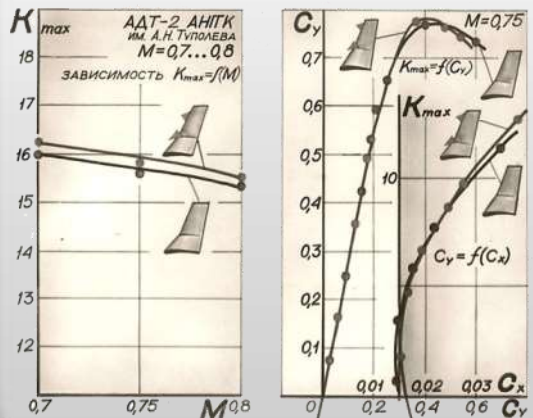
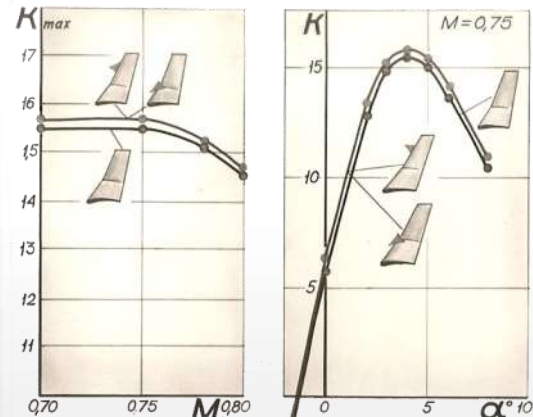
### Инструментарий

- Программы расчета линейных аэродинамических характеристик
  - Панельный метод
  - Метод Вудворта
- Программы расчета нелинейных аэродинамических характеристик с учетом сжатия и вязкости.
  - Вихревые методы
  - Метод «инь-янь»
- Автоматизированные методы проектирования и изготовление аэродинамических моделей.
- Станки с ЧПУ.
- Аэродинамические трубы Т-106, Т-108, Т-112, Т-102.



Модель крыла с одним и двойным «зубом» на передней кромке концевой устройства.

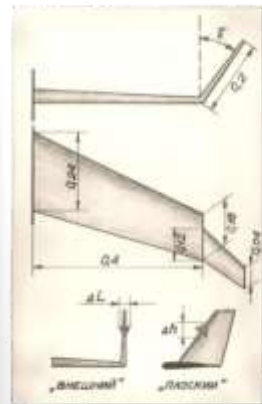
## Результаты эксперимента в аэродинамических трубах



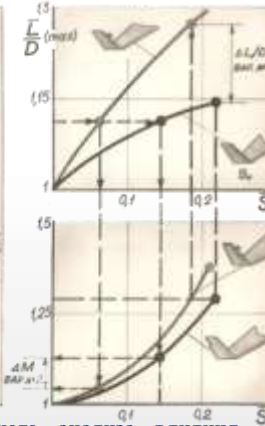
• ЗАК. 204-23  
• ЗАК. 204

• ЗАК. 204-23  
• ЗАК. 204

Схема предварительной расчетной модели и аэродинамической модели для АДТ Т-112



Предварительные результаты при постановке задачи в вариантах 1и 2



Результаты численного анализа влияния вихрегенератора на аэродинамические характеристики и изгибающий момент

ИЗМЕНЕНИЕ КРАЕВОГО СЛОЕНОЧНОГО ШАССИ	ИЗМЕНЕНИЕ КРАЕВОГО СЛОЕНОЧНОГО ШАССИ			ИЗМЕНЕНИЕ КРАЕВОГО СЛОЕНОЧНОГО ШАССИ			ИЗМЕНЕНИЕ КРАЕВОГО СЛОЕНОЧНОГО ШАССИ		
	$\Delta L=0,04$	$\Delta L=0,06$	$\Delta L=0,08$	$\Delta L=0,04$	$\Delta L=0,06$	$\Delta L=0,08$	$\Delta L=0,04$	$\Delta L=0,06$	$\Delta L=0,08$
$C_x$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_y$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$M_x$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$K_{max}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{x_{max}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{y_{max}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$M_{x_{max}}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$K_{max}^*$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{x_{max}}^*$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{y_{max}}^*$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$M_{x_{max}}^*$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$K_{max}^{**}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{x_{max}}^{**}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$C_{y_{max}}^{**}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$M_{x_{max}}^{**}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000





## РАЗДЕЛ 5

Топологическое проектирование и оптимизация  
промышленного оборудования и технологий

# Промышленные смесители



# Спасибо за внимание!

Арутюнов Ю.А., к.ф.- м.н., ведущий научный сотрудник ФГБУ  
ФНКЦСМ ФМБА России

E-mail: [double-spiral@yandex.ru](mailto:double-spiral@yandex.ru)

Мобильный телефон: +7(964)5853766

Рабочий телефон: +7(499)7956853

**Моделирование сердечно-сосудистой  
системы на основе новых  
представлений об анатомии и  
морфологии миокарда**

Арутюнов Ю.А., к.ф.-м.н., ведущий научный  
сотрудник ФГБУ ФНКЦСМ ФМБА России

Моделирование сердечно-  
сосудистой системы на основе  
новых представлений о  
морфологии миокарда

# ВИДЕОРОЛИК HEART 1





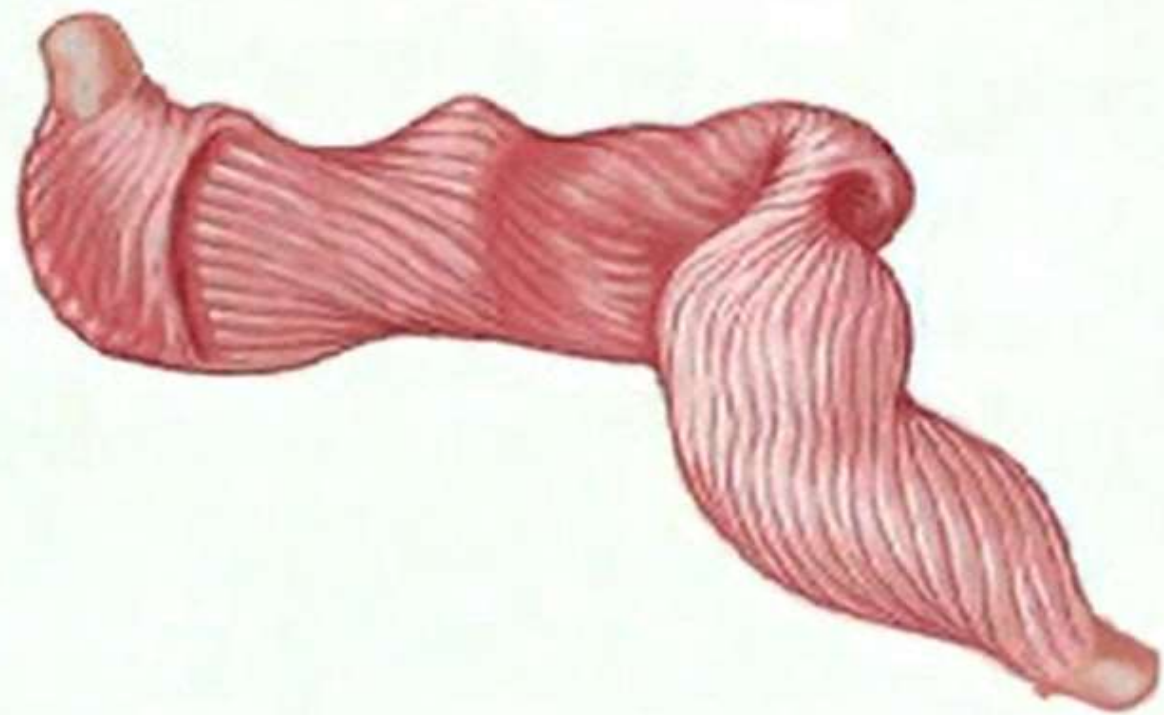


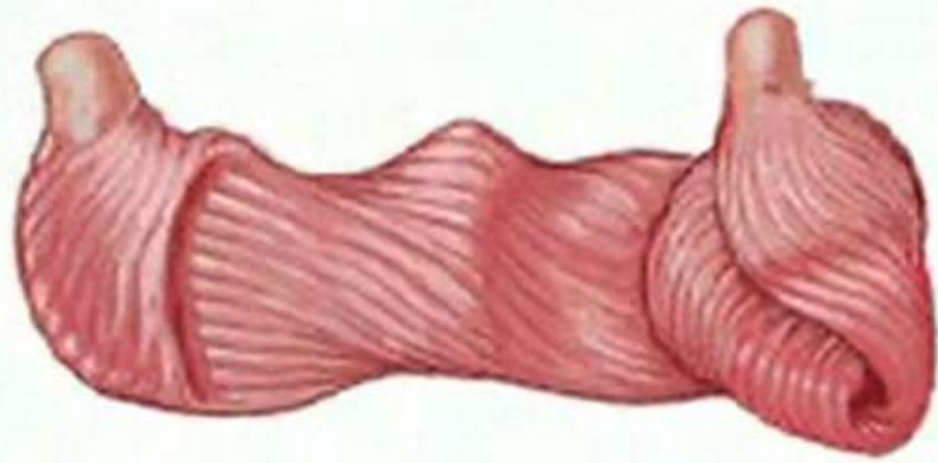


# ВИДЕОРОЛИК HEART 2

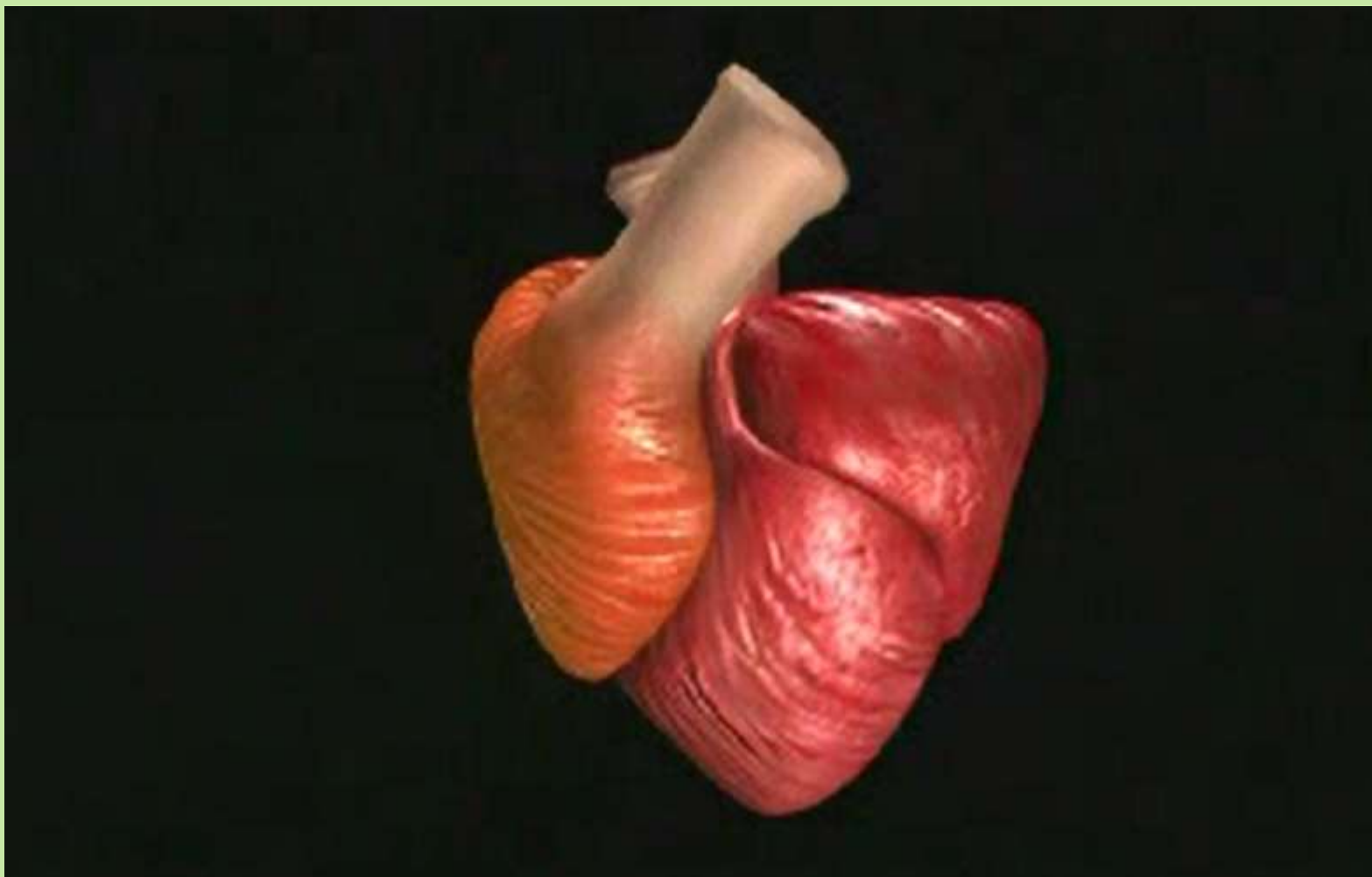






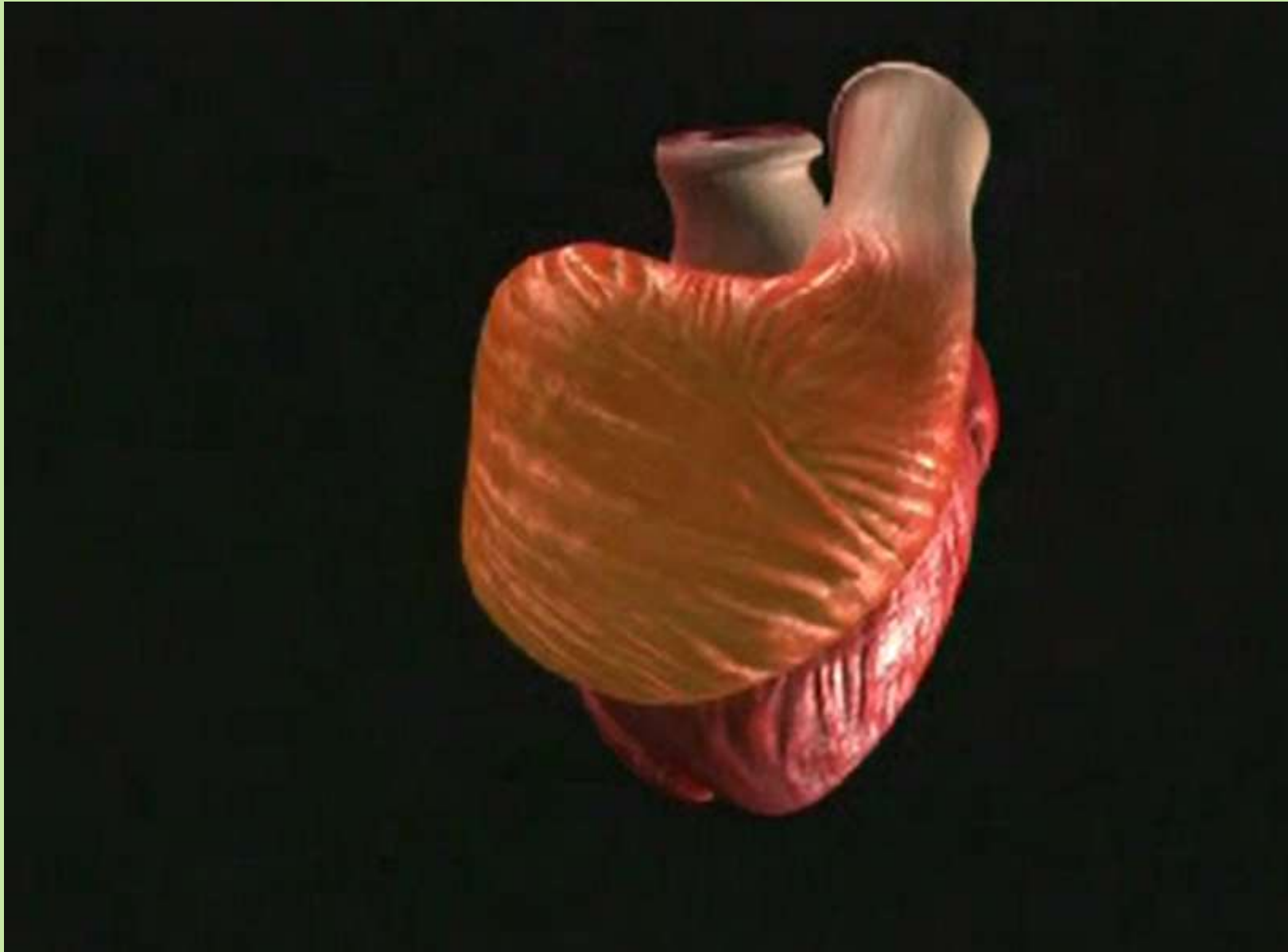


# ВИДЕОРОЛИК HEART 3











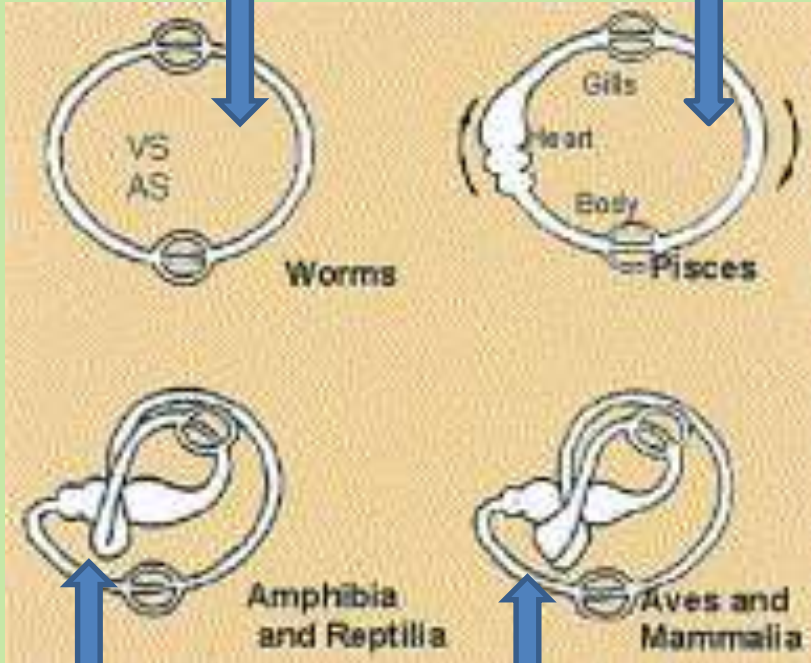
Часть 1

**Физиологическая модель  
сердечно-сосудистой системы**

# Эволюция системы кровообращения животных от червей до млекопитающих

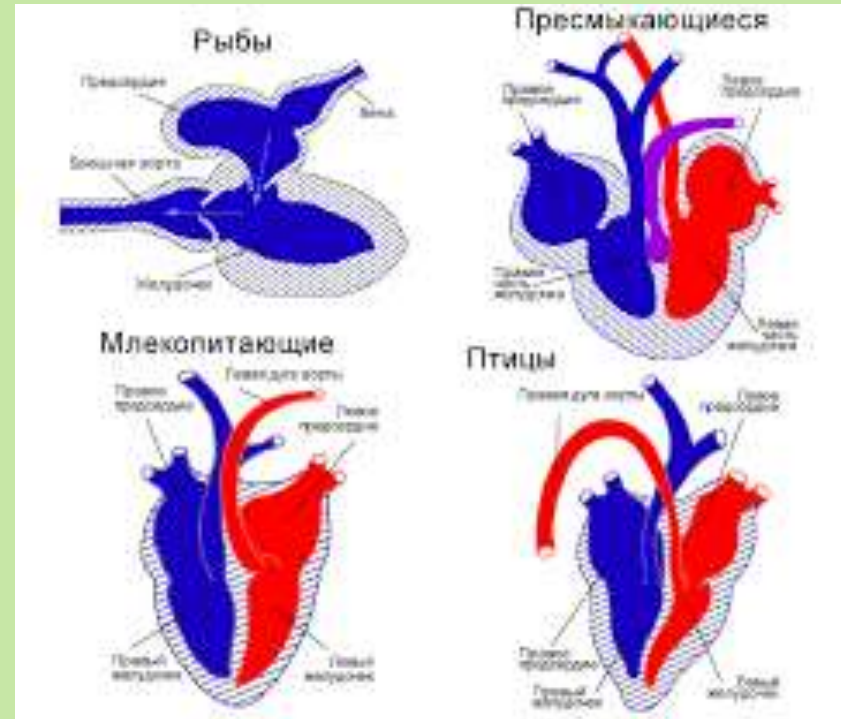
Строение системы кровообращения червя

Строение системы кровообращения рыбы



Строение системы кровообращения земноводных и пресмыкающихся

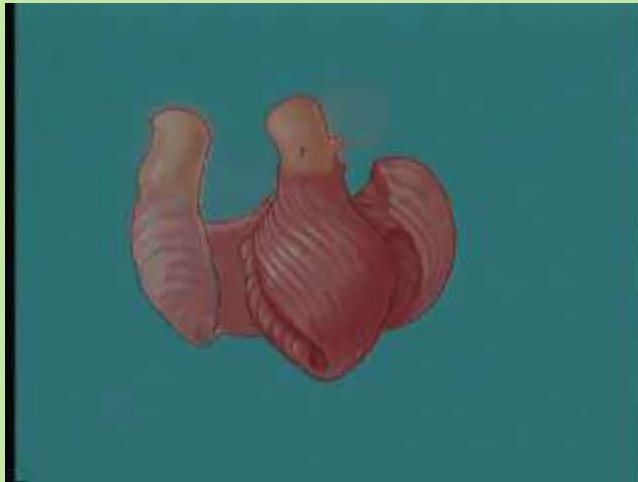
Строение системы кровообращения птиц и млекопитающих



# Heart as sheet convoluted in double spiral

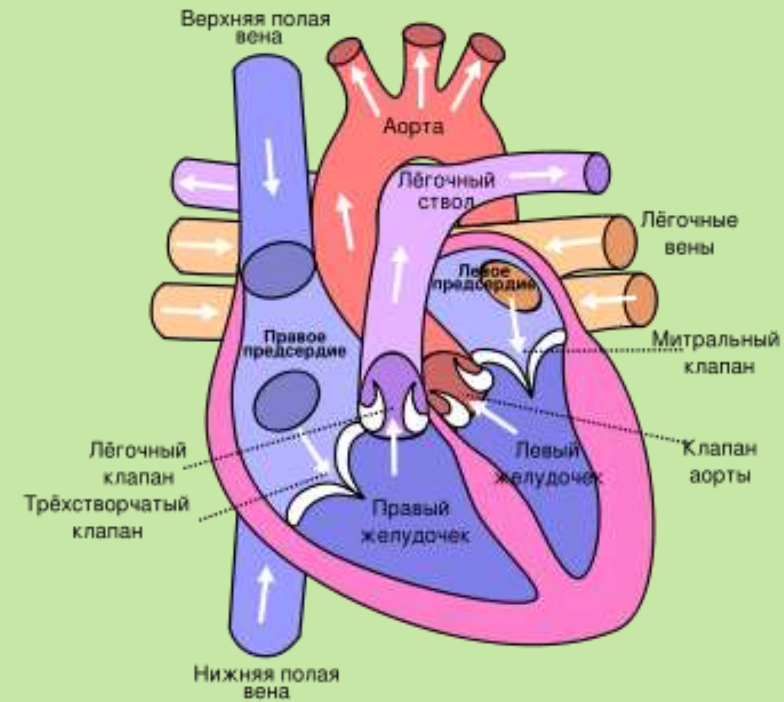


Gerald D. Buckberg



The heart is formed from flat sheet of myocardium convoluted in double spiral which generates conical cavities

## Complex system for 3D modeling

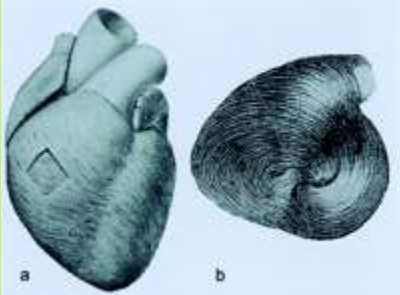


Problems to be solved:

- Create hydrodynamic model
- Create elastic-mechanical model
- Interaction between the models

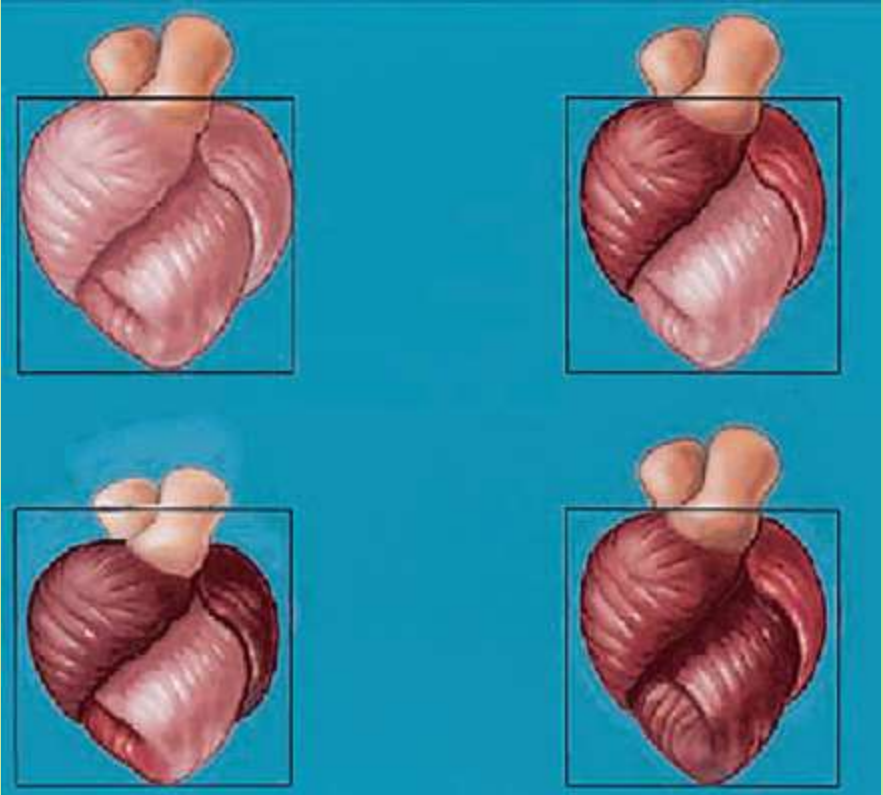
# New properties of heart activity

Clockwise and counterclockwise spirals

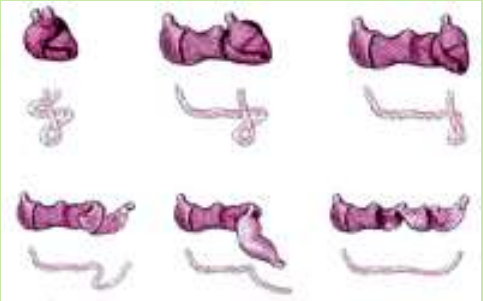


Four motion of the heart:

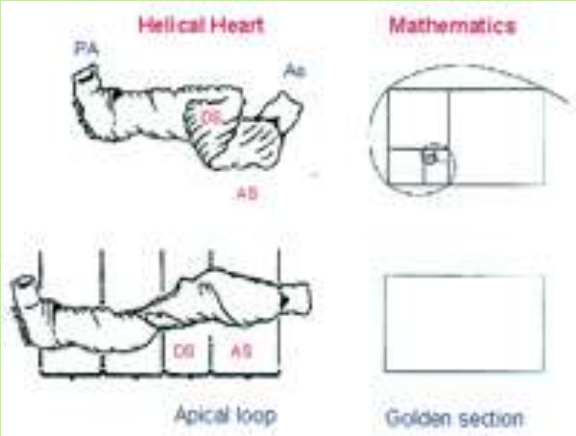
- Narrowing
- Shortening
- Lengthening
- Widening



Unfolding of the rope and heart



Spiral formation of the apical loop and the mathematical spiral

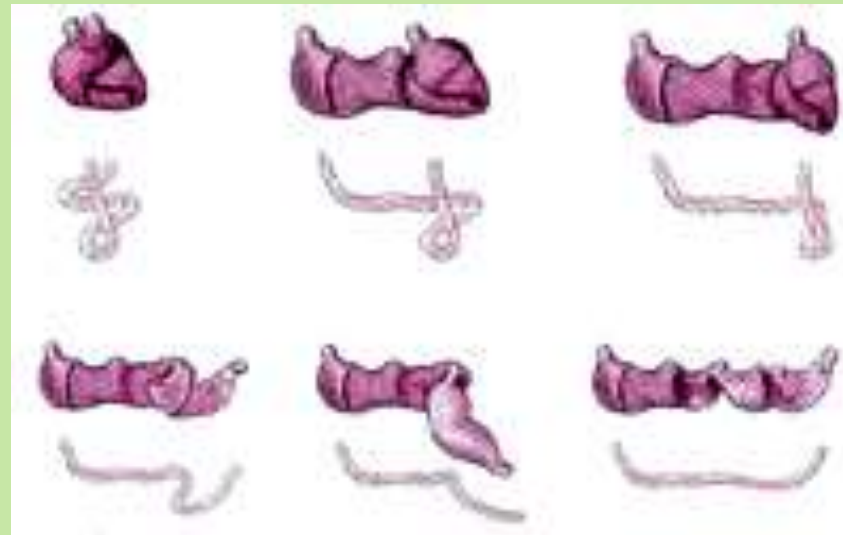


## Rope model of the heart

The rope model of the heart shows the beginning and end of the myocardial band at the aorta and pulmonary artery (*right*), the circumferential wrap of basal loop (*center*), and the helix (*left*).

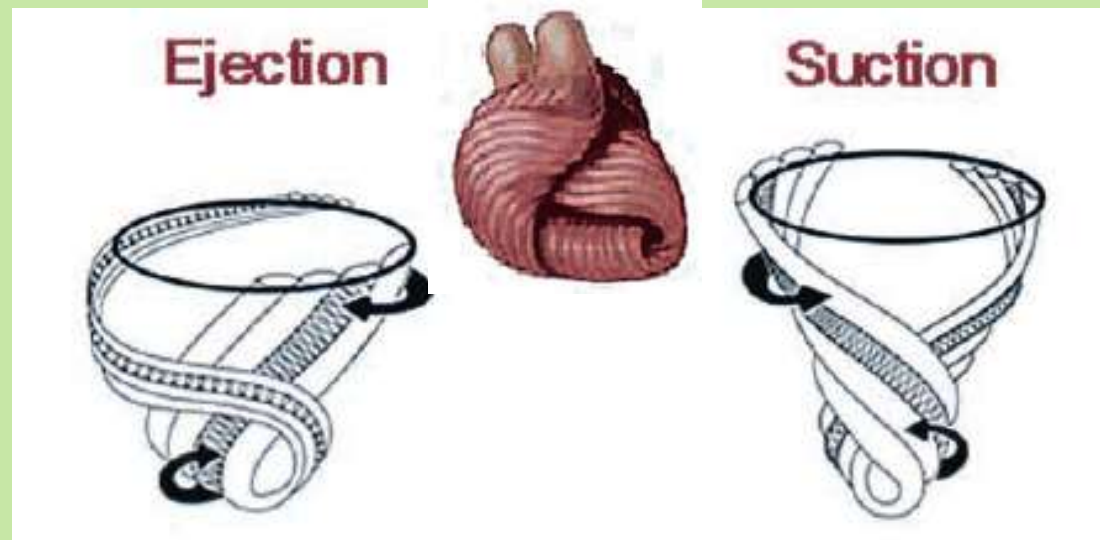


Unfolding of the rope and heart



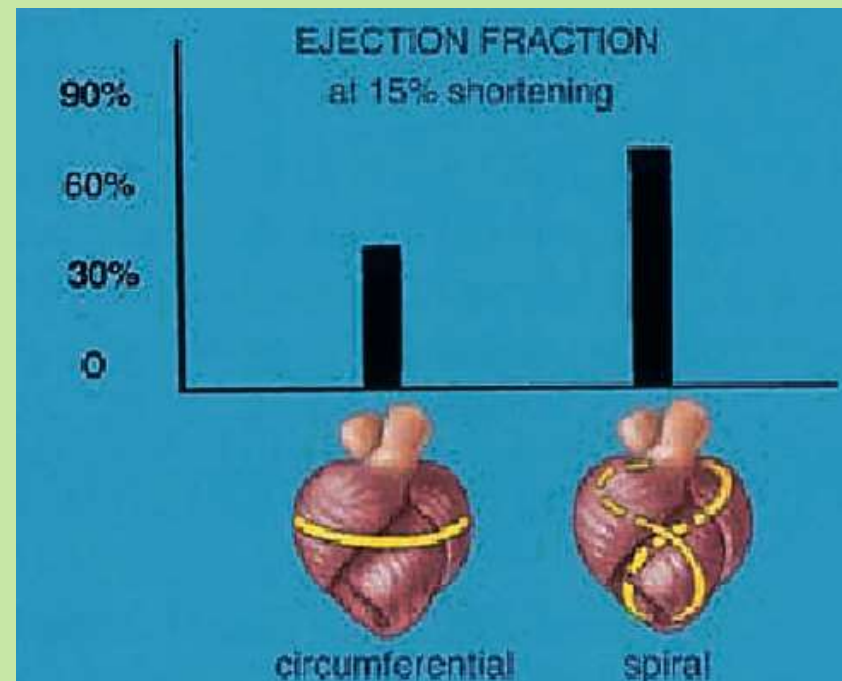
# Ejection and suction of heart

The helical external ventricular shape is shown in the *top panel*, and the internal, coil formation of the descending and ascending segments responsible for ejection and suction are shown in the *bottom panels*



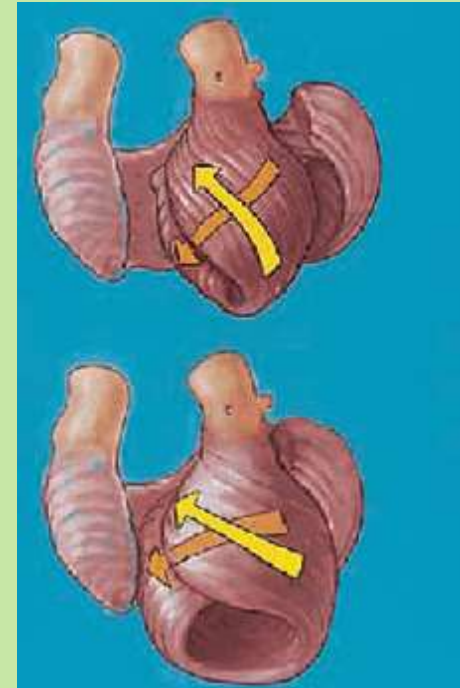
The relationship between fiber angle and ejection fraction is compared for contractile shortening of 15%.

Note that the transverse, or circular, arrangement allows a 30% ejection fraction, which becomes 60% with a spiral orientation

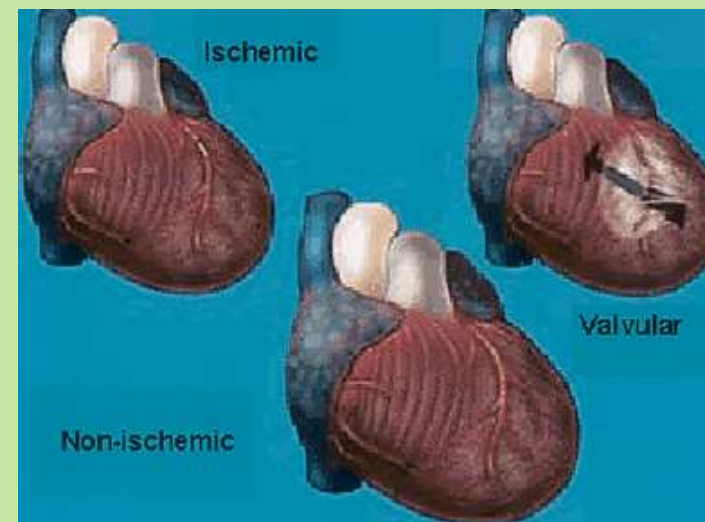


# Normal heart and failing heart

The fiber orientation of the basal and apical loops are shown for the **normal heart** (*top*) and the **failing heart** (*bottom*). Note that the circumferential basal loop is not changed, but that the **60°** oblique fiber angle in the **normal heart** is made more transverse in heart failure. The apical loop in the **failing heart** develops a more basal loop configuration



The spherical shape of the dilated heart in cardiac failure is shown for ischemic, valvular, and nonischemic cardiomyopathy

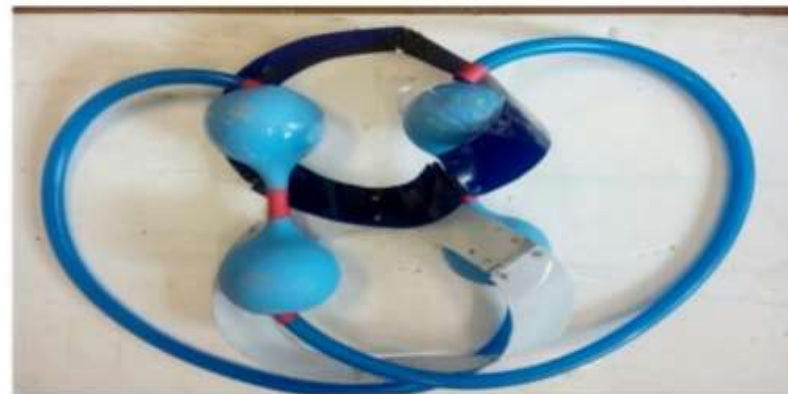
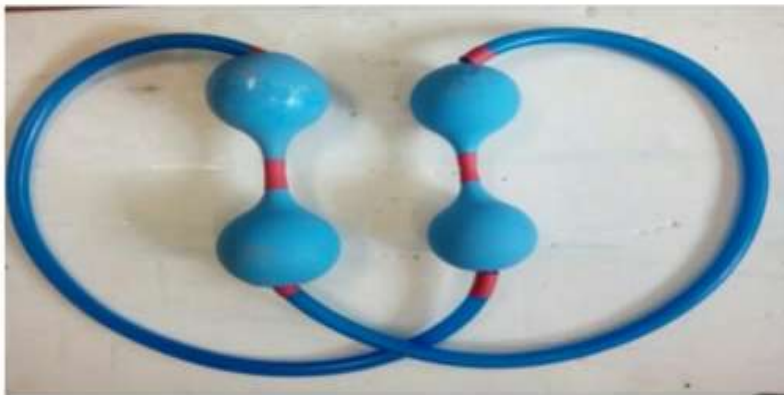
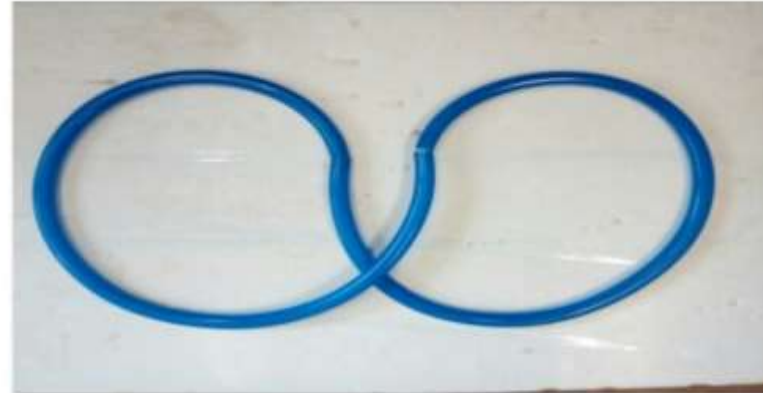


Часть 2

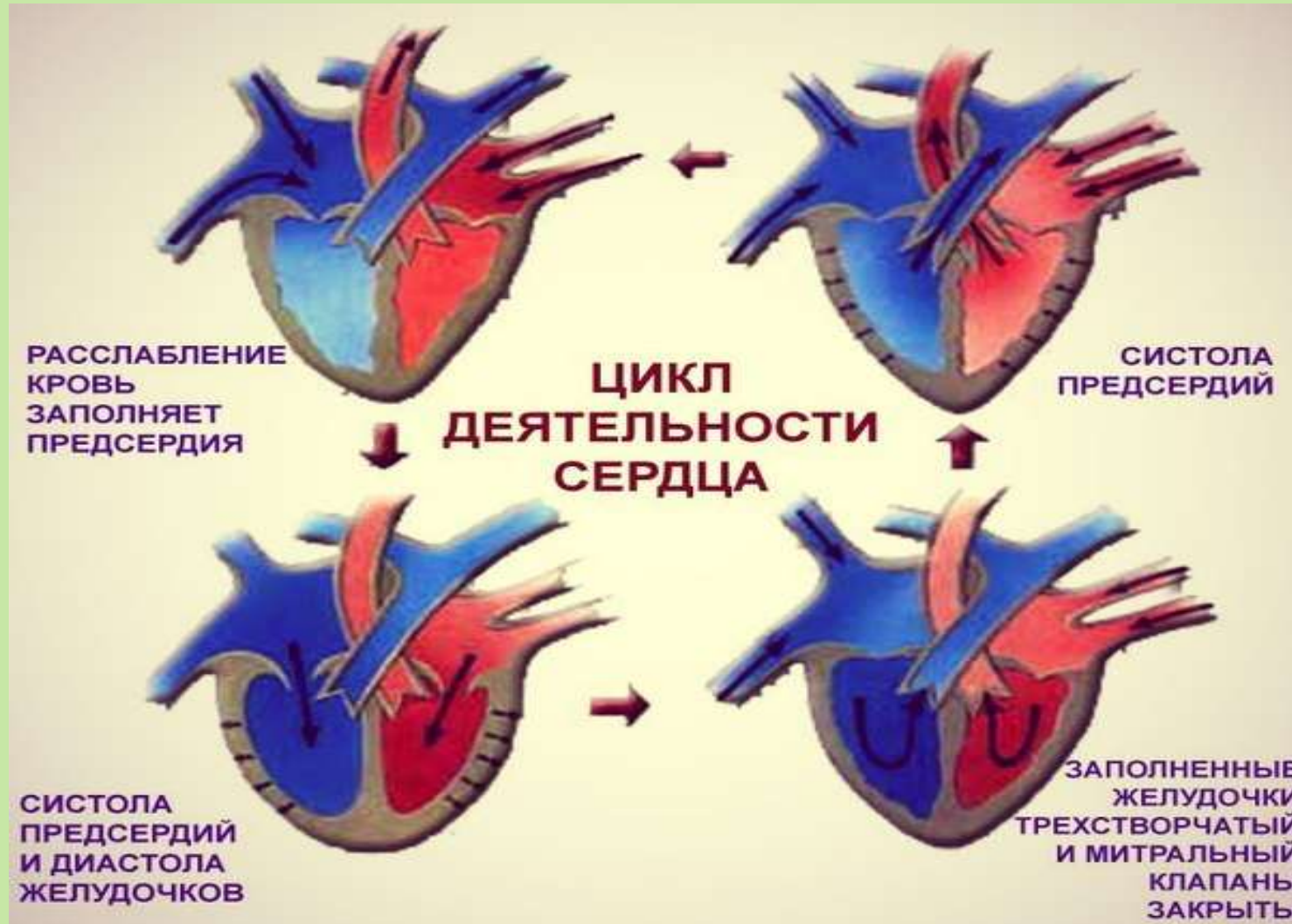
**Тополого-геометрическая  
модель сердечно-сосудистой  
системы**



# Топологическое представление сердечно-сосудистой системы (ССС)



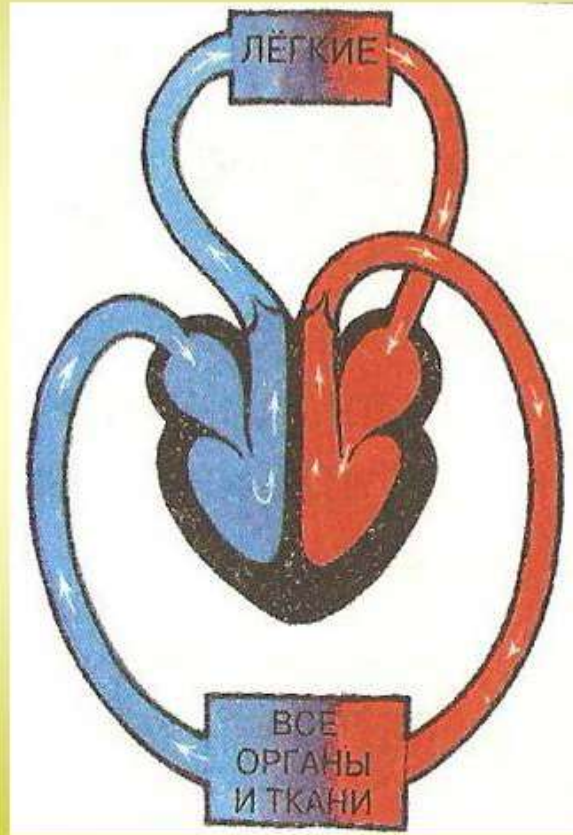
# Цикл деятельности сердца



# Топологическое представление цикла деятельности сердца



# Сосуды системы кровообращения



**Малый круг кровообращения** – кровь идет к легким, где обменивает углекислый газ на кислород и возвращается в сердце.

**Большой круг кровообращения** – кровь уходит по сосудам к органам, отдает клеткам кислород и собирает углекислый газ. Затем кровь возвращается в сердце.

# Топологическое представление сосудистых элементов системы кровообращения



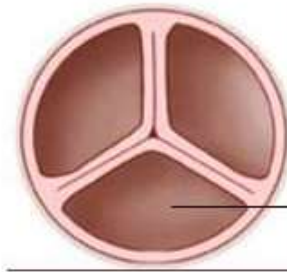
# Клапаны сердечно-сосудистой системы

образованы складками эндокарда (внутренняя оболочка сердца).

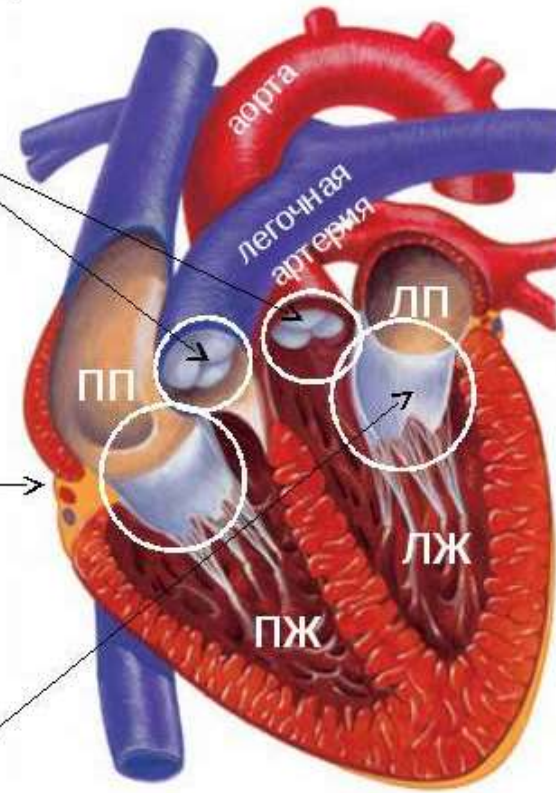
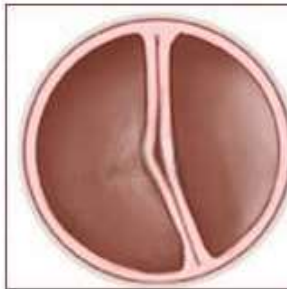
**полулунные  
клапана –**  
между  
желудочками  
и артериями



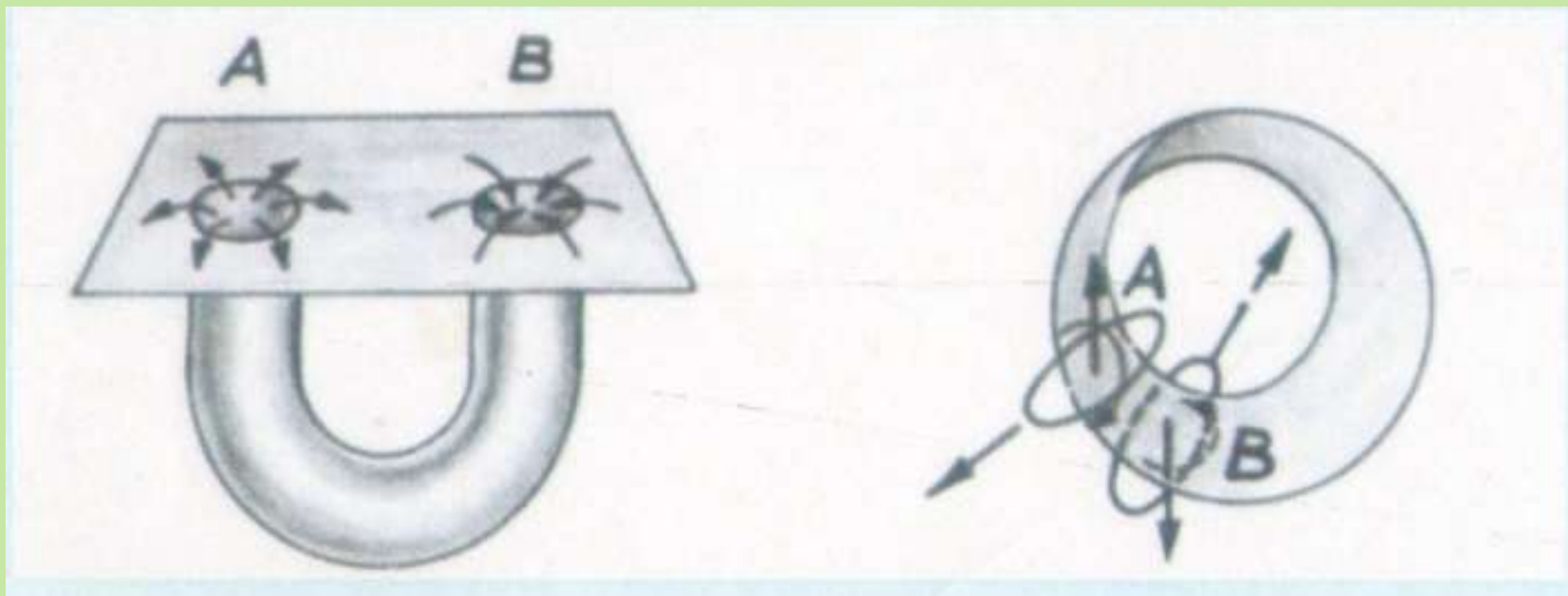
**трехстворчатый  
клапан –**  
между ПП и ПЖ



**двухстворчатый  
клапан  
(митральный) –**  
между ЛП и ЛЖ



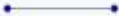

# Топологическое представление клапанов сердца сердечно-сосудистой системы




Топологическая операция  
«вклейки» ручки

Топологическая операция  
«вклейки» пленки

# Топологическое описание геометрических фигур и поверхностей

Название	Вид	Эйлера характеристика
Отрезок		1
Окружность		0
Круг		1
сфера		2
Тор (произведение двух окружностей)		0
Двойной тор		-2
Тройной тор		-4

Вещественная проективная плоскость		1
Лист Мёбиуса		0
Бутылка Клейна		0
Две сферы (несвязные)		$2 + 2 = 4$
Три сферы		$2 + 2 + 2 = 6$



# Определение Эйлеровой характеристики гладких фигур и поверхностей

## Эйлерова характеристика полиэдров [\[ править | править вики-текст \]](#)

- Эйлерова характеристика двумерных топологических полиэдров может быть посчитана по формуле:  $\chi = \Gamma - P + B$  где  $\Gamma$ ,  $P$  и  $B$  суть числа граней, рёбер и вершин соответственно. В частности, для односвязного многогранника верна *формула Эйлера*:

$$\Gamma - P + B = \chi(S^2) = 2.$$

Например, Эйлерова характеристика для куба равна  $6 - 12 + 8 = 2$ , а для треугольной пирамиды  $4 - 6 + 4 = 2$ .

## Формула Гаусса — Бонне [\[ править | править вики-текст \]](#)

Для компактного двумерного ориентированного риманова многообразия (поверхности)  $S$  без границы существует формула Гаусса — Бонне, связывающая эйлерову характеристику  $\chi(S)$  с гауссовой кривизной  $K$  многообразия:

$$\int_S K d\sigma = 2\pi\chi(S),$$

где  $d\sigma$  — элемент площади поверхности  $S$ .

# Топологическое описание сердечно-сосудистой системы

Топологические операции «вклейки» ручки и пленки.



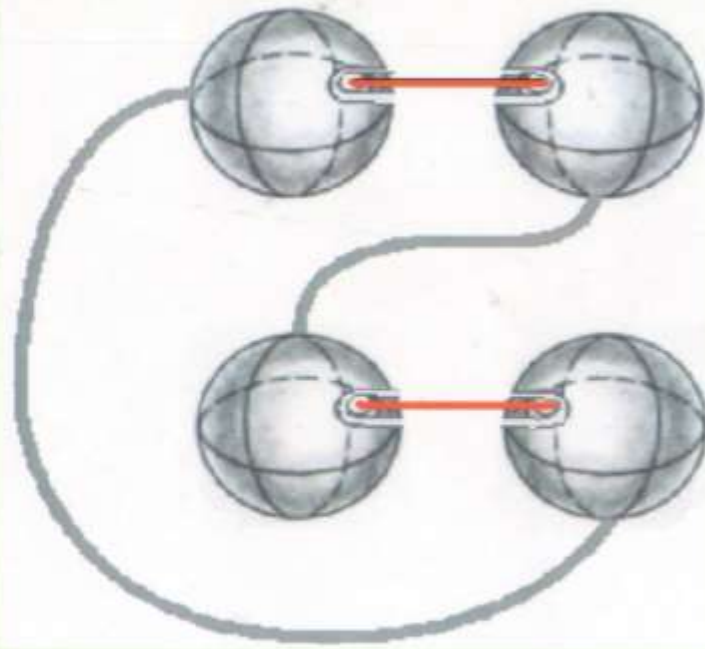
Дуплекс-сфера и ее характеристика  $\chi = 0$   
 $\chi = 2$   $\chi = 0$



Дуплекс-сфера как системное объединение «внешности-внутренности» и «вогнутости-выпуклости» обычной сферы



Топологическое представление сердца как дуплекс-сферы



Теорема

Всякая сфера с эйлеровой характеристикой  $\chi = 2 - 2n$  гомеоморфна сфере с  $\chi = 2$  с  $n$  ручками

# Лист Мебиуса как модель миокарда сердца



# Геометрическое описание листа Мебиуса

- Одним из способов представления листа Мёбиуса как подмножества является параметризация:

$$x(u, v) = \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \cos(u),$$

$$y(u, v) = \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \sin(u),$$

$$z(u, v) = \frac{v}{2} \sin \frac{u}{2},$$

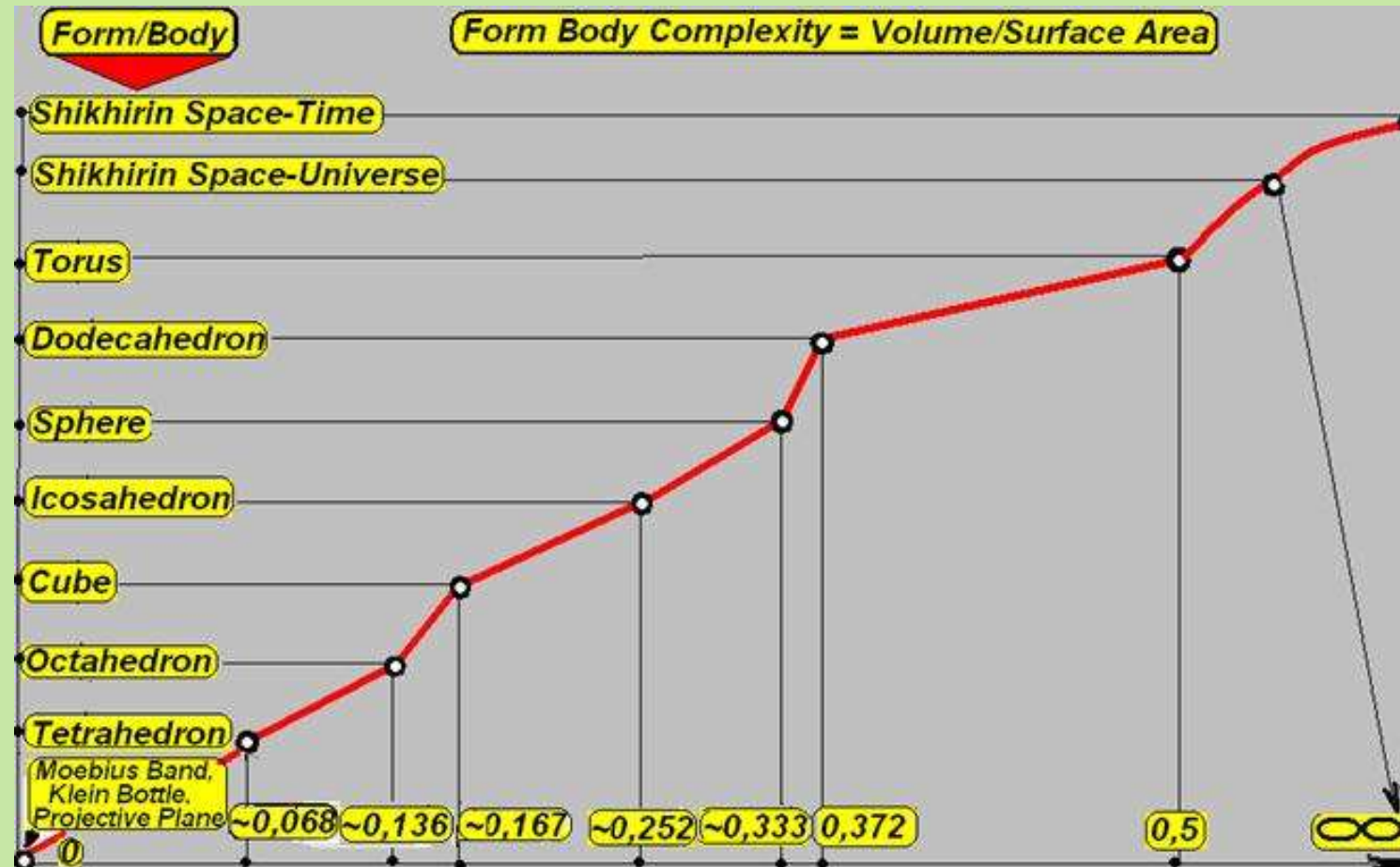
где  $0 \leq u < 2\pi$  и  $(r, \theta, z)$

Эти формулы задают ленту Мёбиуса ширины 1, чей центральный круг имеет радиус 1, лежит в плоскости  $x$ - $u$  с центром в  $(0;0;0)$ . Параметр  $u$  пробегает вдоль ленты, в то время как  $v$  задает расстояние от края.

- В цилиндрических координатах  $-1 \leq v \leq 1$ , неограниченная версия листа Мёбиуса может быть

представлена уравнением:  $\log(r) \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) = z \cos \left(\frac{\theta}{2}\right).$

# «Индекс массы тела» различных геометрических фигур и поверхностей



## Часть 3

**Критерии подобия и аллометрии в  
биомоделировании миокарда на  
основе открытия новой анатомии и  
морфологии сердца**

# Альтернативное и биологическое моделирование в биомедицинских исследованиях

- биологические и клеточные модели,
- математические модели,
- физико-химические модели,
- животные-модели.

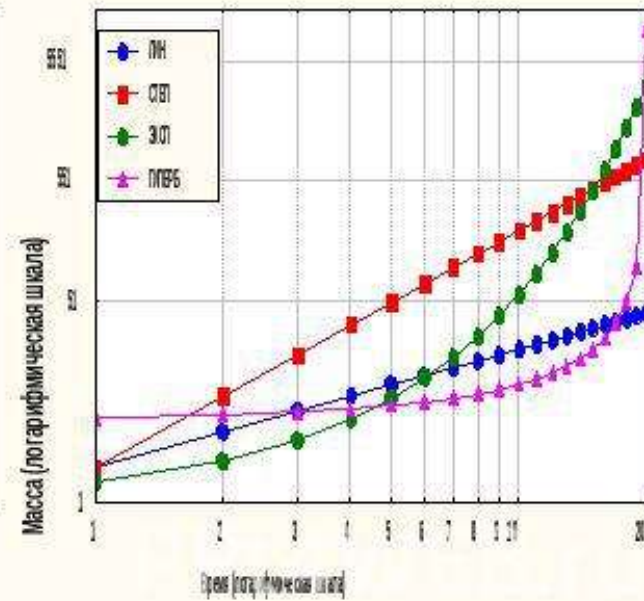
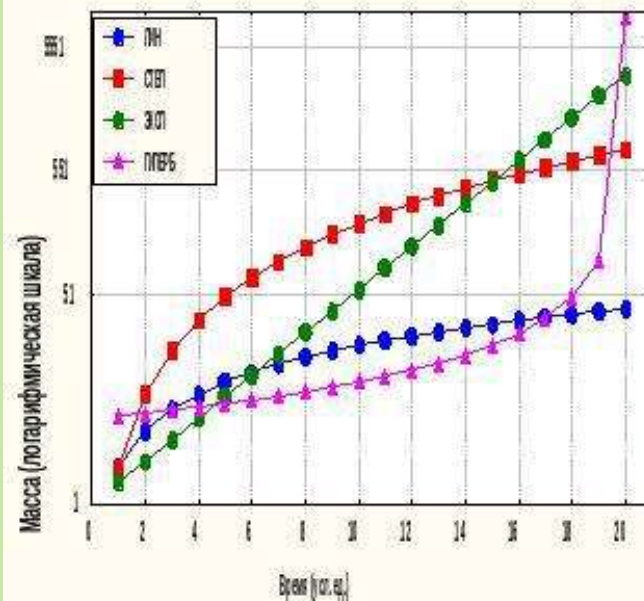
# Степенной (аллометрический) закон

Линейный рост:  $M=kt$

Экспоненциальный закон:  $M=ket$

**Степенной (Аллометрический) закон:  $M=kt^n$**

Гиперболический закон:  $M=k/(t_{\max} - t)$





# Hydrodynamic model of heart

Governing equation after averaging in terms of volume:

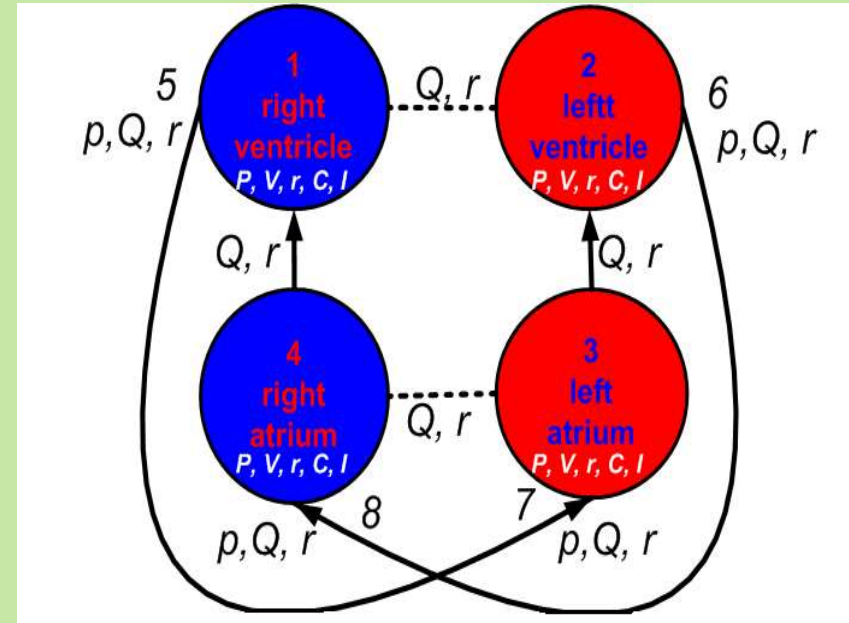
$$I_j \frac{d^2 V_j}{dt^2} + r_j \frac{dV_j}{dt} + \frac{V_j}{C_j} = p_j - p_j^{ext}(t), j = 1 \div 4$$

Conservation of mass:

$$\frac{dV_j}{dt} = \sum_k \varepsilon_j Q_{jk}, \varepsilon_j = \pm 1$$

Law of Poiseuille:

$$Q_{jk} = \begin{cases} (p_k - p_j) / r_{jk} \\ 0, \text{ if valve is closed} \end{cases}$$



- 1)  $\Delta t = 0.08 \text{ sec}$   $Q_{51} = Q_{62} = Q_{14} = Q_{23} = 0$
- 2)  $\Delta t = 0.293 \text{ sec}$   $Q_{14} = Q_{23} = 0$
- 3)  $\Delta t = 0.067 \text{ sec}$   $Q_{51} = Q_{62} = Q_{14} = Q_{23} = 0$
- 4)  $\Delta t = 0.56 \text{ sec}$   $Q_{51} = Q_{62} = 0$

Conjugation of vessels with the heart:

Arteries:

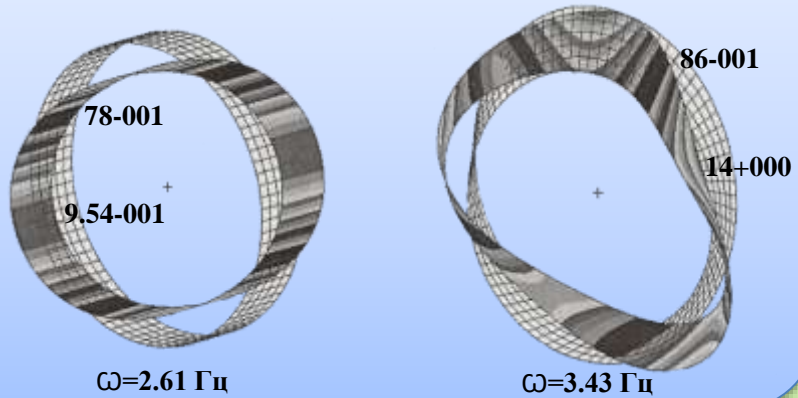
$$u_k^i(t, 0) S_k^i(t, 0) = Q_{ij}(t) = \frac{p_j(t) - p_k^i(S_k^i)}{r_{ij}}, (i, j) \in \{(5, 1), (6, 2)\}$$

Veins:

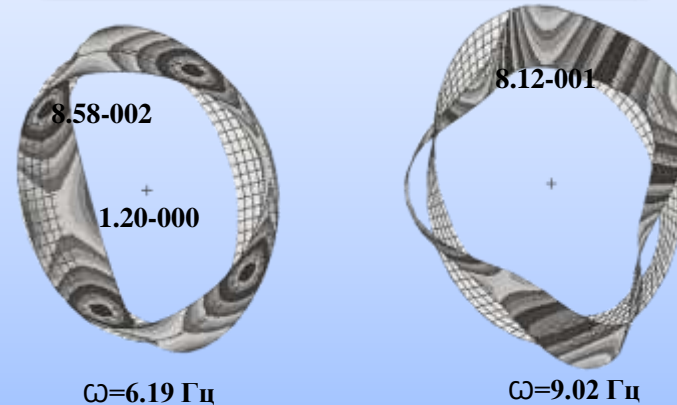
$$u_k^j(t, L_k) S_k^j(t, L_k) = Q_{ij}(t) = \frac{p_k^j(S_k^j) - p_i(t)}{r_{ij}}, (i, j) \in \{(3, 7), (4, 8)\}$$

# Исследование физико-механических характеристик миокарда

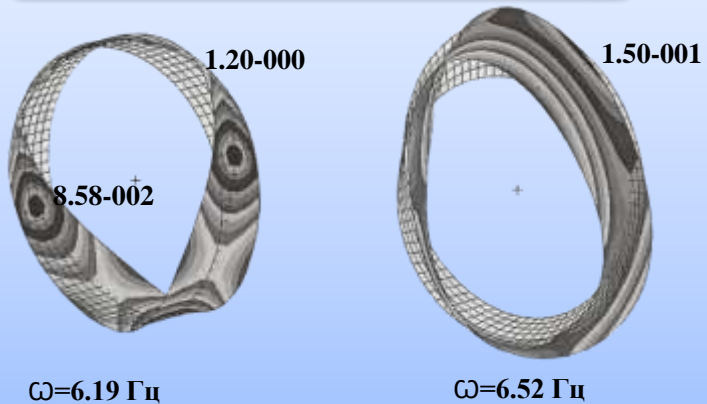
Вторая форма собственных колебаний моделей кольца и листа Мебиуса



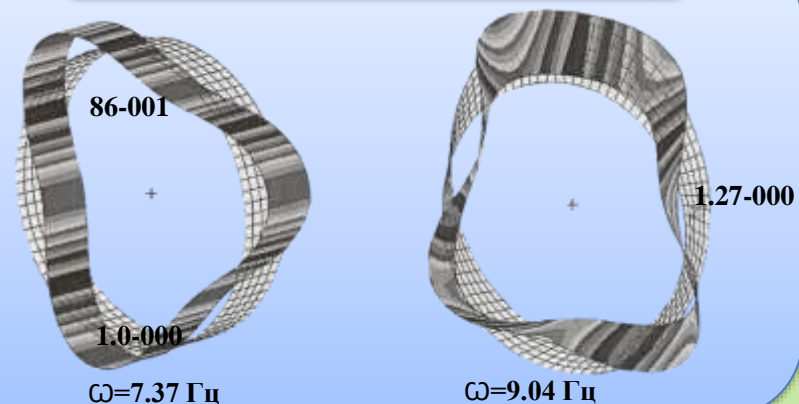
Четвертая форма собственных колебаний моделей кольца и листа Мебиуса



Третья форма собственных колебаний моделей кольца и листа Мебиуса



Пятая форма собственных колебаний моделей кольца и листа Мебиуса



# Результаты исследования физико-механических характеристик миокарда

## Результаты эксперимента по определению частот собственных колебаний

Образцы (упругая сталь, предварительно напряженно-деформированная конструкция)

- ✓ Цилиндрическое кольцо
- ✓ Кольцо Мебиуса: L=100 см (правый спин)
- ✓ Кольцо Мебиуса: L=100 см (левый спин)

Цилиндрическое кольцо			Кольцо Мебиуса (правый спин)			Кольцо Мебиуса (левый спин)		
Низкочастотное воздействие	Среднечастотное воздействие	Высокочастотное воздействие	Низкочастотное воздействие	Среднечастотное воздействие	Высокочастотное воздействие	Низкочастотное воздействие	Среднечастотное воздействие	Высокочастотное воздействие
5,5 Гц	5,5 Гц	5,5 Гц	2,5 Гц	2,5 Гц	2,5 Гц	5 Гц	5 Гц	5 Гц
15 Гц	15 Гц	15 Гц	9 Гц	9 Гц	9 Гц	7 Гц	7,5 Гц	7/10 Гц; 10 гц
31 Гц	31 Гц	31 Гц	18,5 Гц	18,5 Гц	18,5 Гц	26,5 Гц	26,5 Гц	26,5 Гц
53 Гц	53 Гц	53 Гц	27,5 Гц	27,5 Гц	27,5 Гц	37; 38; 42 Гц	38 Гц	38 Гц
79 Гц	79 Гц	79 Гц	53,5 Гц	53,5 Гц	53,5 Гц	52 Гц	52 Гц	52,5 Гц
112 Гц	113 Гц	107; 113; 118,5 Гц	69; 72; 79,5; 82 Гц	70; 74; 76; Гц	68,5; 79,5; Гц	79 Гц	69,5 Гц	81,5 Гц
		148 Гц	93; 95; 98 Гц		95 Гц	87; 93; 98 Гц	100,5 Гц	100,5 Гц
			141; 147,5; 150 Гц		147 Гц	125,5; 130,5 164,5 Гц	130,5; 135,5; 135 165,5 Гц	125; 130,5; 135; 164 Гц

# Гемодинамические и физико-механические критерии подобия

$$I \frac{d^2V}{dt^2} + r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{c} = p - p^{ext}(t) \quad \omega_0^2 = \frac{1}{cI}$$

Собственная частота осциллятора (камеры сердца)

Условие отсутствия гармонических колебаний в фундаментальном решении:

$$cr^2 = 4I \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{\omega_0^2} \left( \frac{P_0}{V_0} \right)^2 = 4I$$

$$1) \left[ \omega_0 I \left( \frac{V_0}{P_0} \right) \right]' = \left[ \omega_0 I \left( \frac{V_0}{P_0} \right) \right]''$$

Наличие резонанса в системе:

$$2) \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \right]' = \left[ \frac{\omega}{\omega_0} \right]'' \quad \omega - \text{ЧСС}$$

# Критерии «нормального» функционирования ССС

$$I \frac{d^2V}{dt^2} + r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{c} = p - p^{ext}(t) \quad \omega_0^2 = \frac{1}{cI}$$

Собственная частота  
осциллятора (камеры сердца)

Условие наличия гармонических колебаний в фундаментальном  
решении:

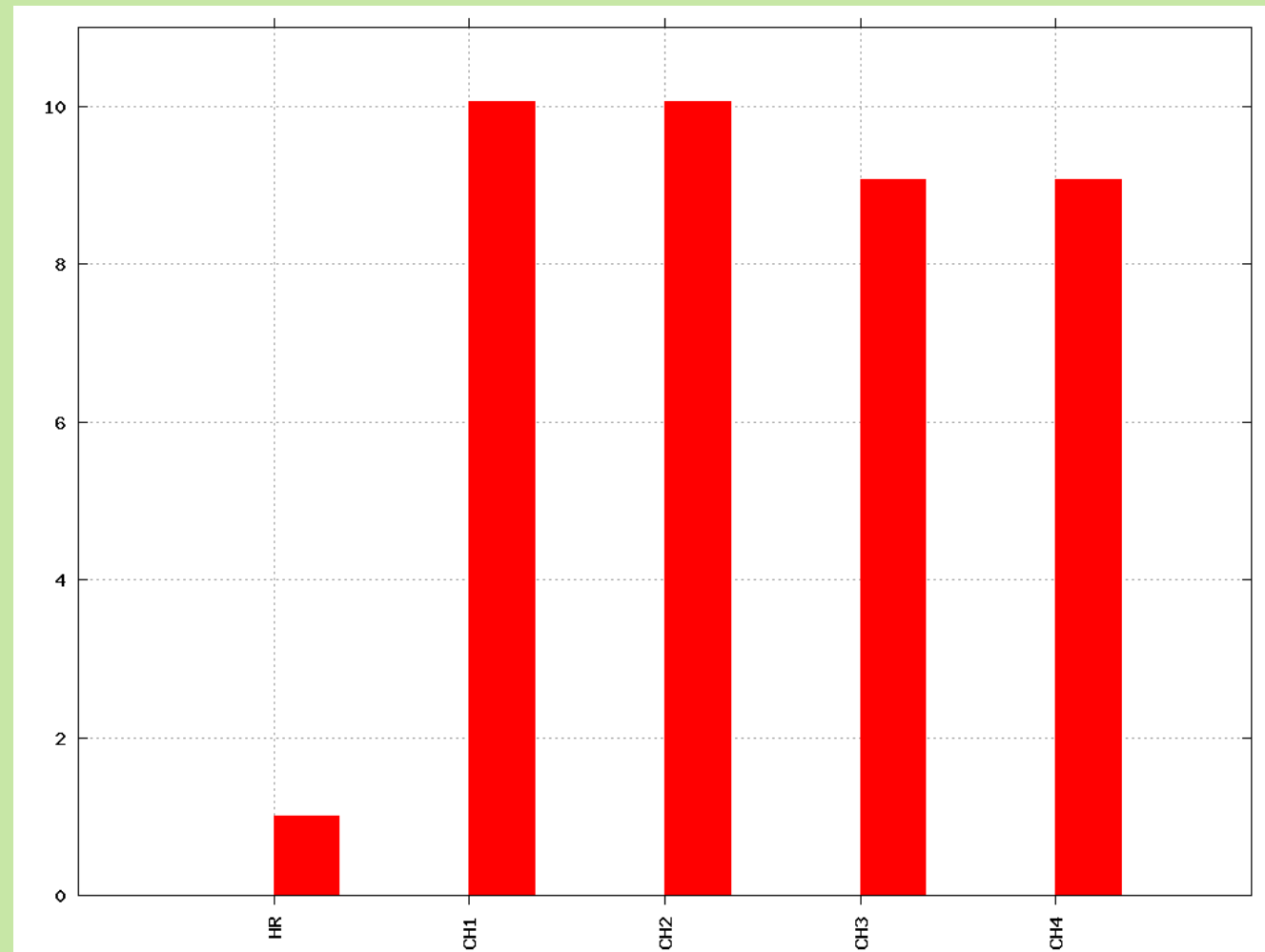
$$cr^2 < 4I \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{\omega_0^2} \left( \frac{P_0}{V_0} \right)^2 < 4I$$

$$1) \quad \omega_0 I \left( \frac{V_0}{P_0} \right) > \frac{1}{2}$$

Отсутствие резонанса в системе:

$$2) \quad \omega < \omega_0 \quad \omega - \text{ЧСС}$$

# Гемодинамический и физико-механические критерии подобия: сравнение собственных частот колебаний камер и ЧСС



# Критерии наступления/ненаступления внезапного сердечного случая (ВСС)

$$I \frac{d^2V}{dt^2} + r \frac{dV}{dt} + \frac{V}{c} = p - p^{ext}(t) \quad \omega_0^2 = \frac{1}{cI}$$

Собственная частота  
осциллятора (камеры сердца)

Условие отсутствия гармонических колебаний в фундаментальном решении:

$$cr^2 \geq 4I \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{\omega_0^2} \left( \frac{P_0}{V_0} \right)^2 \geq 4I$$

$$1) \quad \omega_0 I \left( \frac{V_0}{P_0} \right) \geq \frac{1}{2}$$

Наличие резонанса в системе:

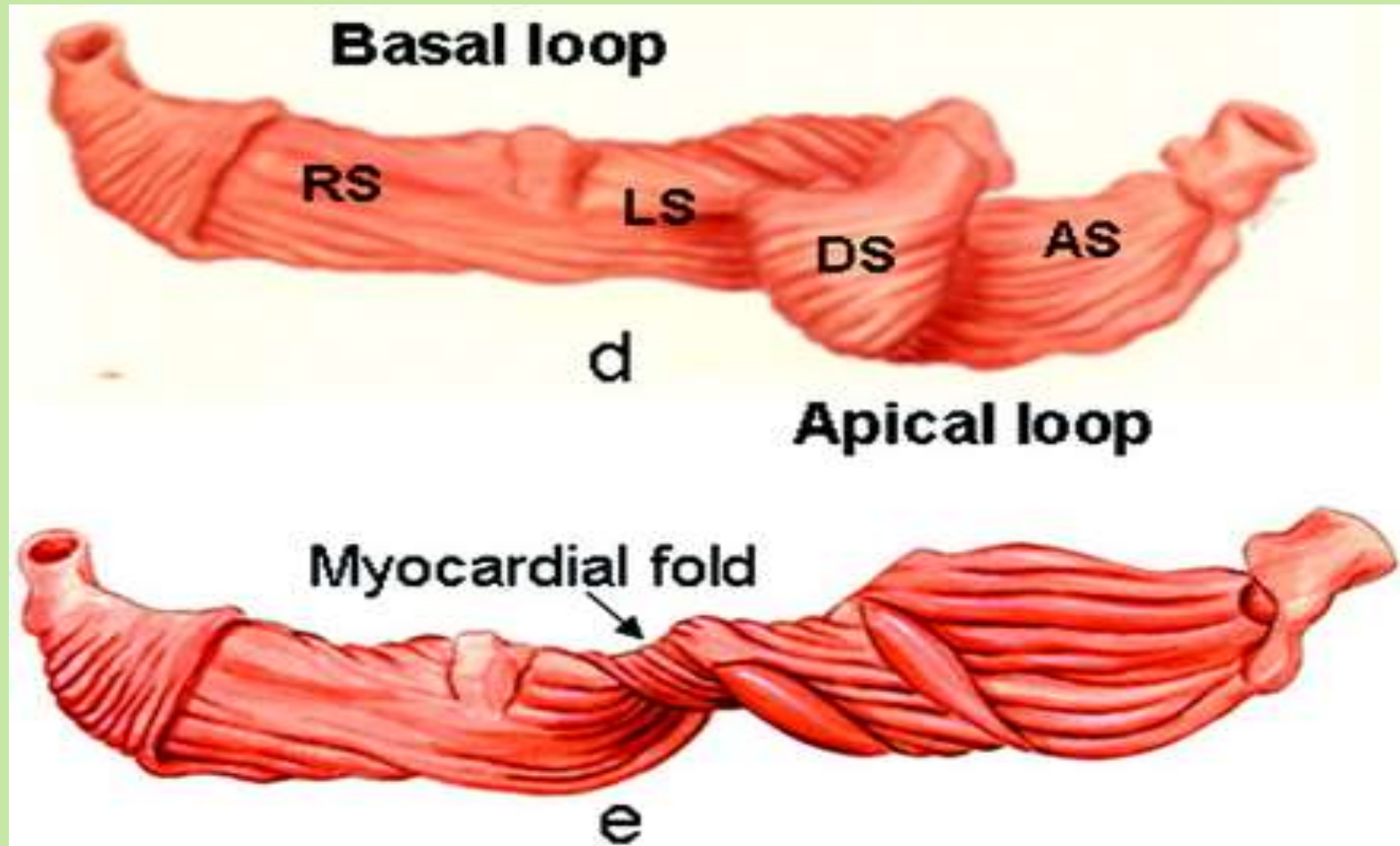
$$2) \quad \omega \geq \omega_0 \quad \omega - \text{ЧСС}$$

## Часть 4

# Биофизическое моделирование миокарда на основе открытия его разворачивания в полосу

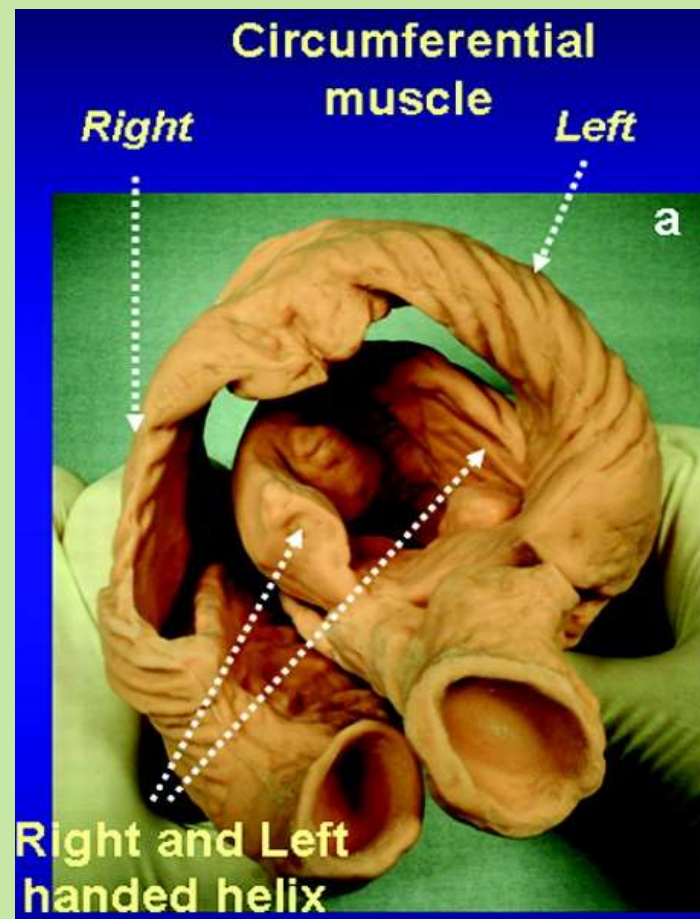


# Сегменты миокарда



# Сегменты миокарда

- правый сегмент базальной петли миокарда (Right);
- левый сегмент базальной петли миокарда (Left);
- нисходящий сегмент апикальной петли миокарда (Right handed helix)
- восходящий сегмент апикальной петли миокарда (Left handed helix)



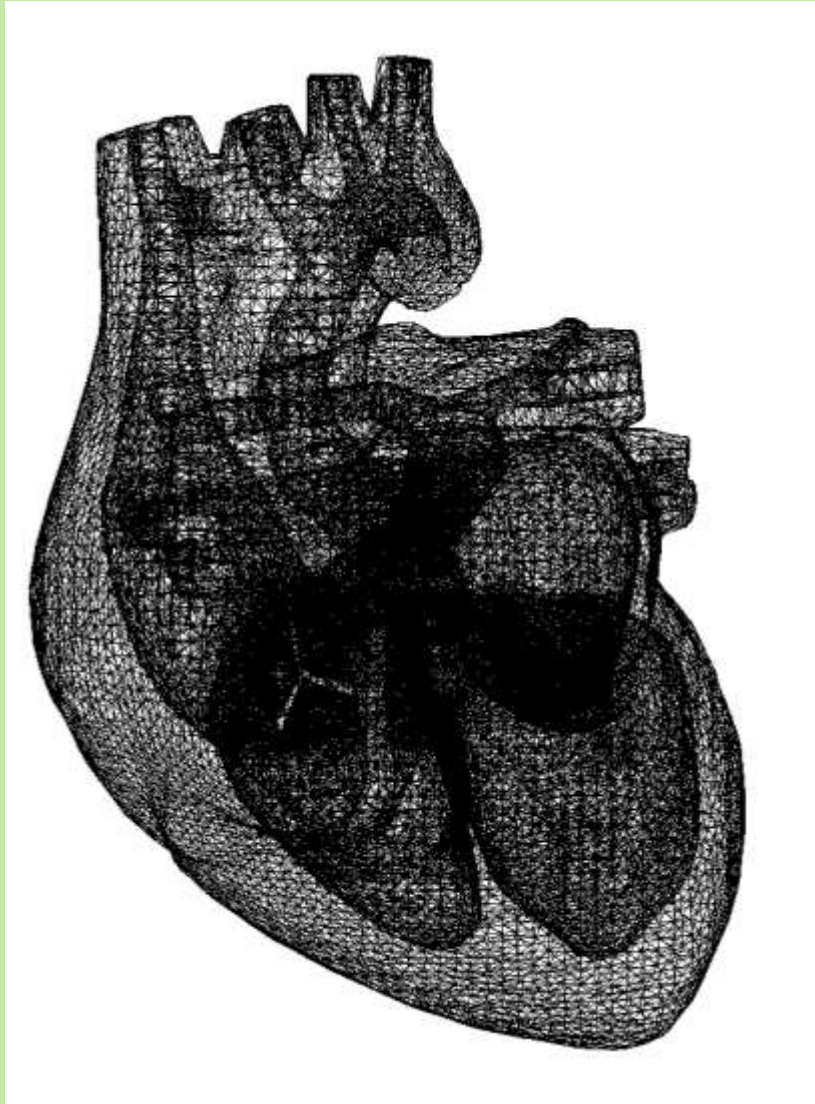
# Сегменты миокарда

- правый сегмент базальной петли миокарда (от лёгочной артерии, внешняя стенка правого желудочка);
- левый сегмент базальной петли миокарда (внешний слой наружной стенки левого желудочка);
- нисходящий сегмент апикальной петли миокарда
- восходящий сегмент апикальной петли миокарда
- левое предсердие
- правое предсердие

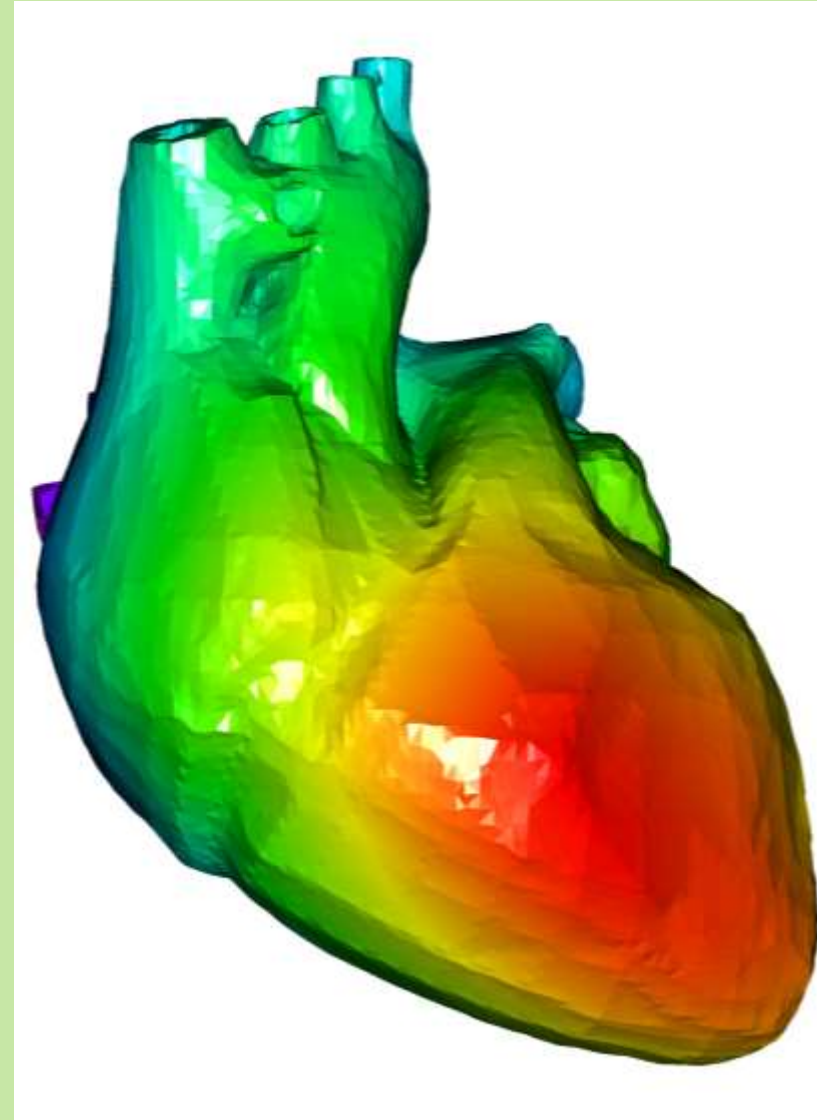
# Матрица взаимовлияния гемодинамических и физикомеханических характеристик

- RS давит на правый желудочек
- LS давит на левый желудочек
- DS укорачивает сердце (оба желудочка)
- AS расширяет сердце (оба желудочка)
- Стенка левого предсердия сжимает л.предсердие
- Стенка правого предсердия сжимает пр.предсердие

## Finite element 3D surface model of heart



2D shell triangular finite elements  
Number of elements – 100593  
Number of nodes - 50202



Realistic geometric shape, reasonable material and elastic properties

© Double spiral, 2008

# Elastic-mechanical model of heart

Governing equation for dynamic analysis:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Gq = Q,$$

where  $M$ ,  $D$ , and  $G$  are inertial, damping, and stiffness matrices,  $Q$ , hydrodynamic forces,  $q$  is generalized coordinate vector

Static analysis:

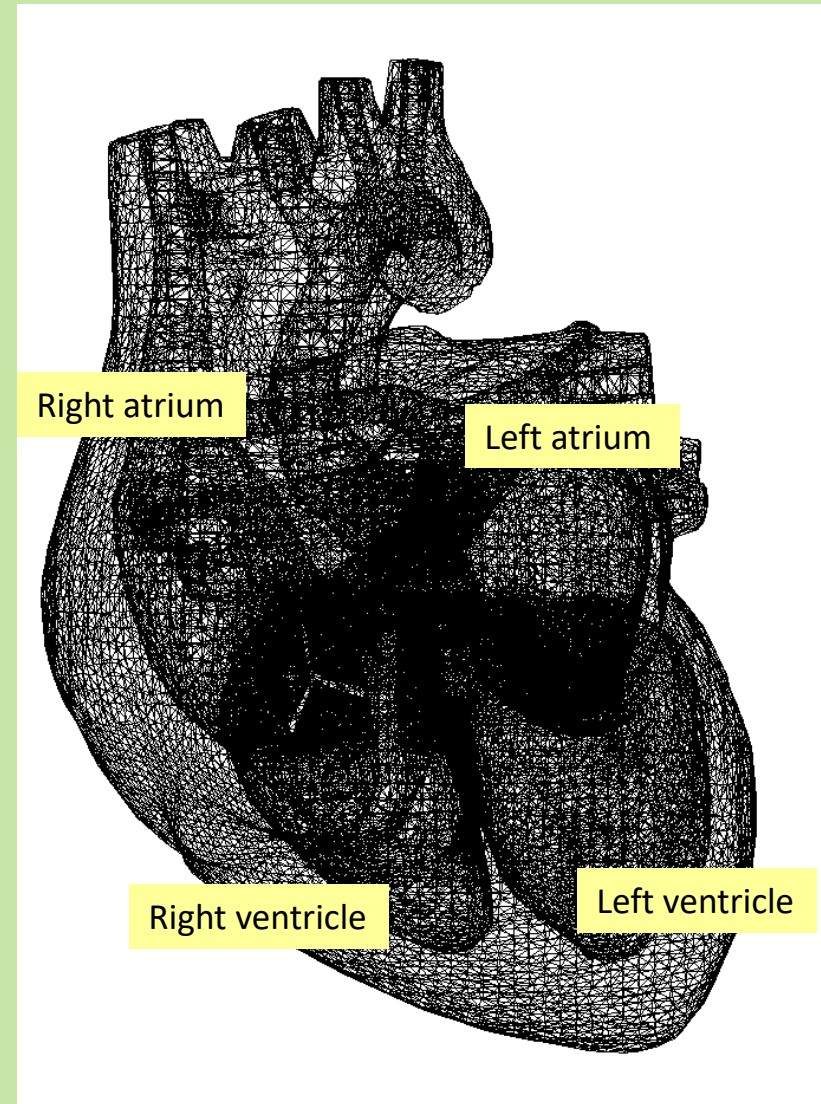
$$GU = Q$$

$$G = \sum_e G^e, \quad Q = \sum_e Q^e$$

$$G^e = \int_{V^r} B^T(\xi) D(\xi) B(\xi) \det(J(\xi)) dV^r,$$

$$Q^e = \int_{V^r} N(\xi) Q_v \det(J(\xi)) dV^r + \int_{S_f} N(\xi_s) Q_s dS,$$

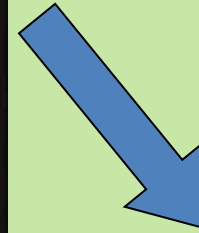
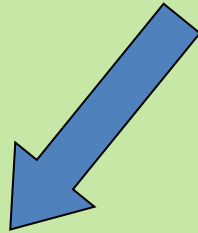
$$\sigma^e = DBU^e$$



# Process of interaction between the 3D heart models

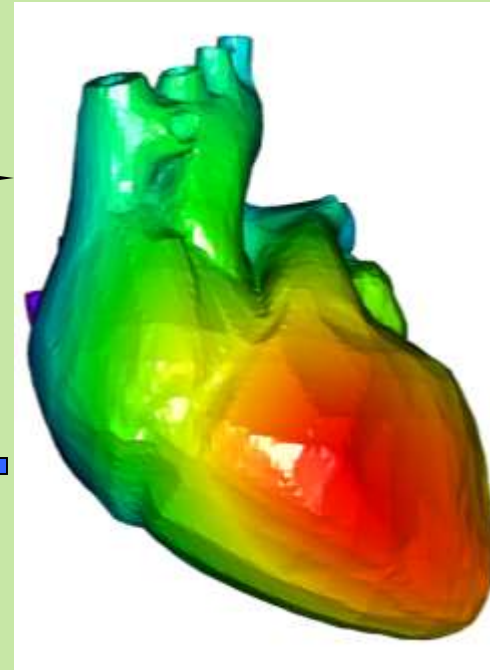
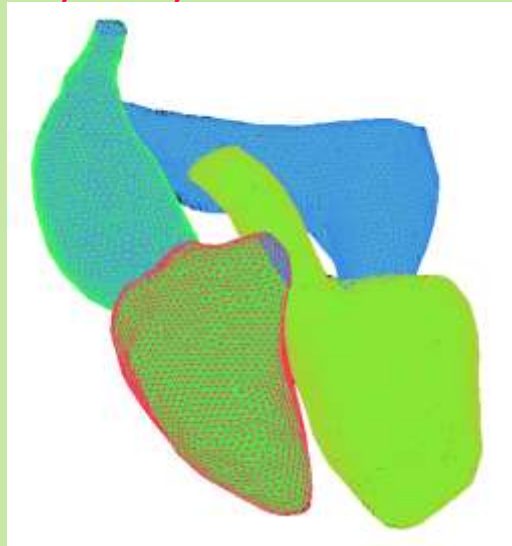
Stages of heart cycle

Expansion and twisting



Hydrodynamic model

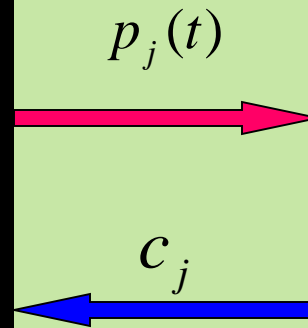
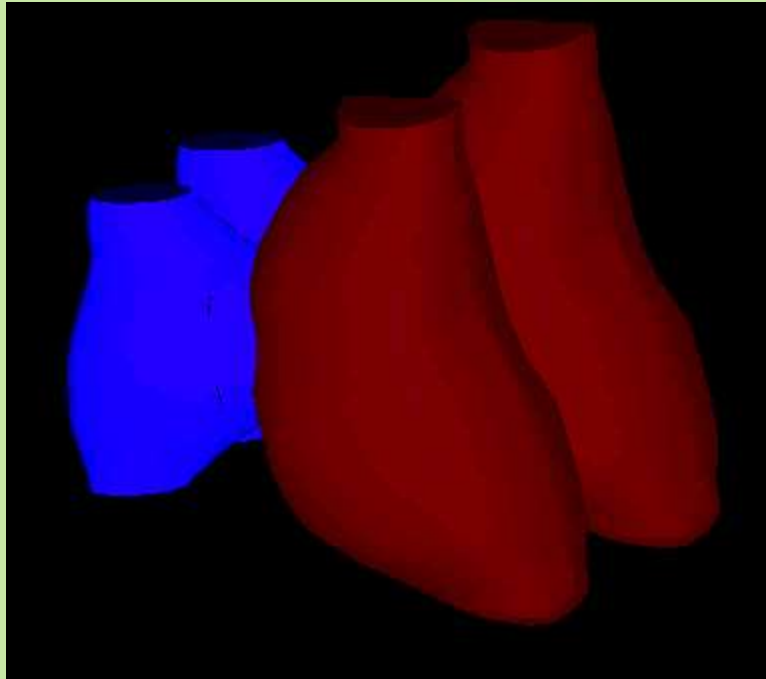
Elastic-mechanical model



$$I_j \frac{d^2 V_j}{dt^2} + r_j \frac{dV_j}{dt} + \frac{V_j}{C_j} = p_j - p_j^{ext}(t), j=1 \div 4$$

# Interaction between the parameters of hydrodynamic and elastic-mechanical models of heart

Demonstration of analysis results on two models



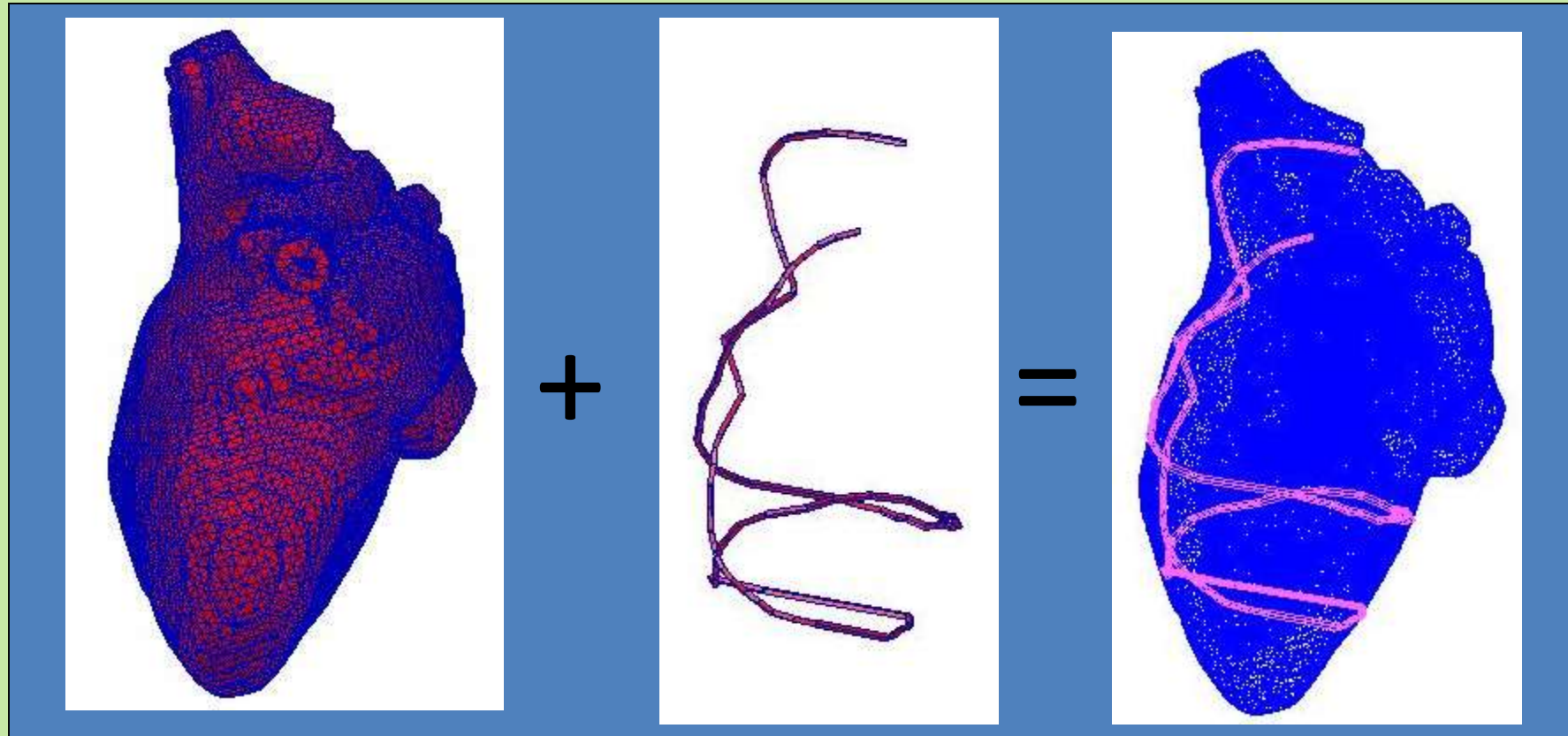
$\sigma_j$

$p_j(t)$  - pressure in the heart chambers

$c_j$  - elasticity parameter of heart walls



# Modification of finite element model by including the twisted rope model



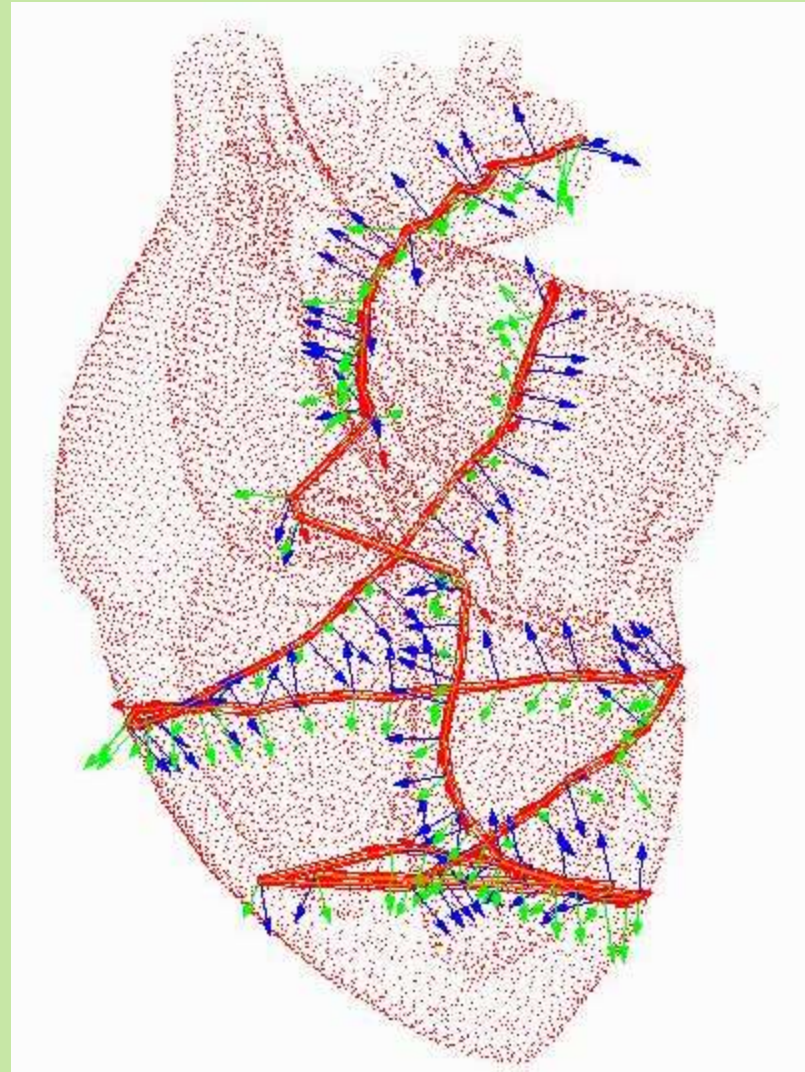
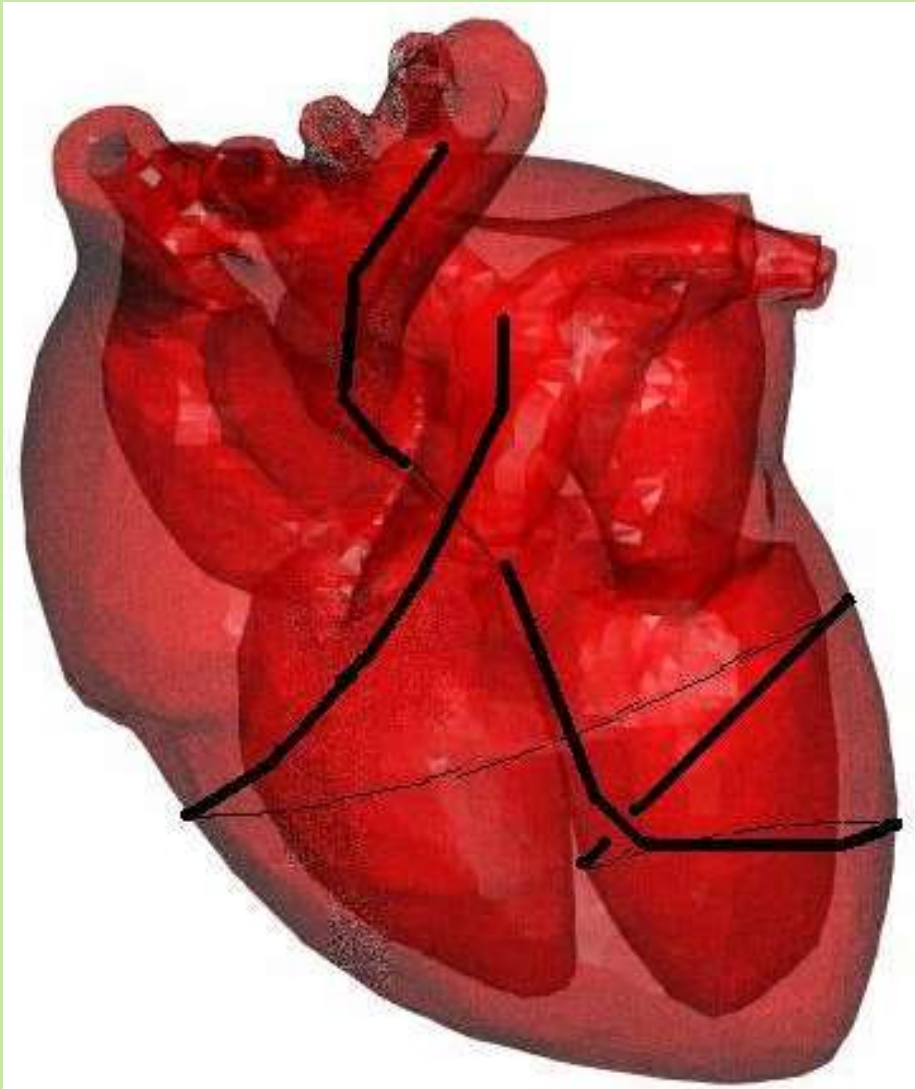
Shell model

Full model



Buckberg's idea

## The rope model in the finite element model



# Спасибо за внимание!

Арутюнов Ю.А., к.ф.- м.н., ведущий научный сотрудник ФГБУ  
ФНКЦСМ ФМБА России

E-mail: [double-spiral@yandex.ru](mailto:double-spiral@yandex.ru)

Мобильный телефон: +7(964)5853766

Рабочий телефон: +7(499)7956853