

## Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910509

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

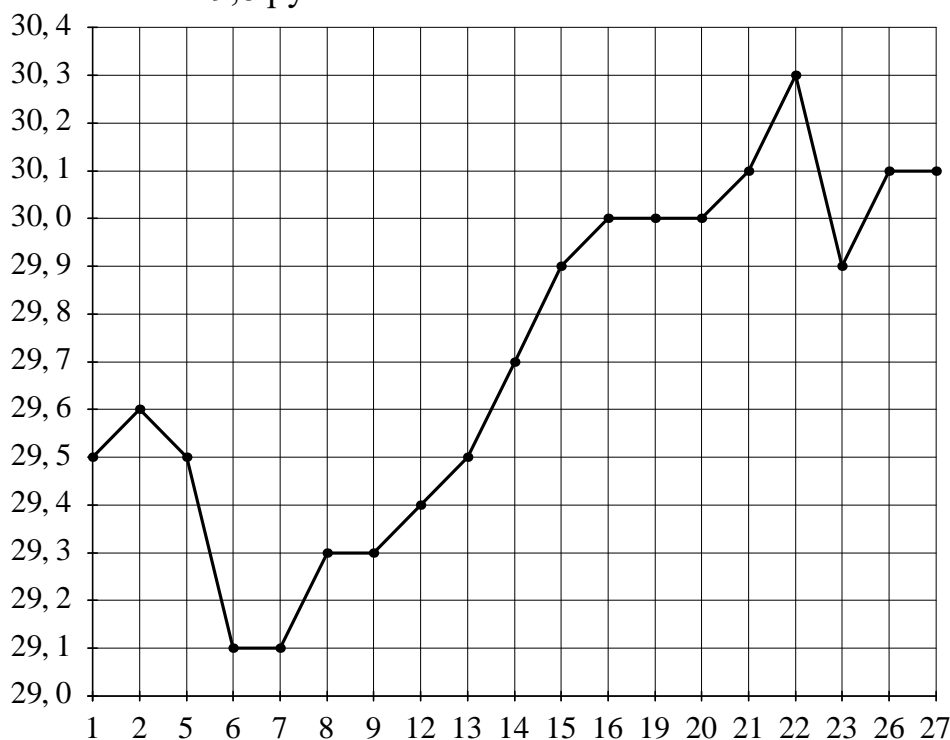
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Призёрами городской олимпиады по математике стали 35 учеников, что составило 25 % от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

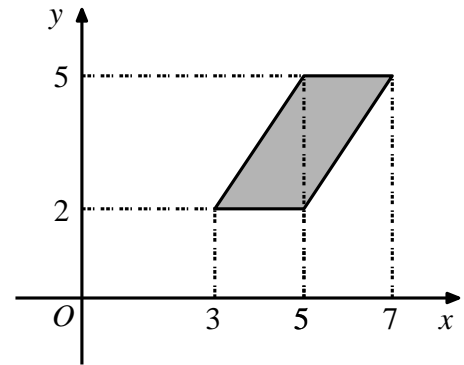
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода курс доллара был больше 29,8 рубля.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

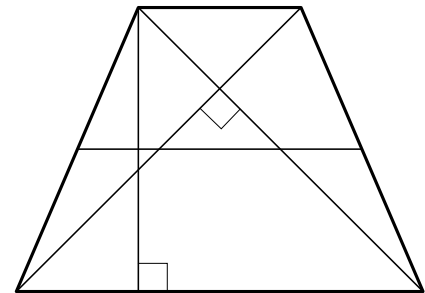
- 4 В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\frac{14}{x^2-2}=1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

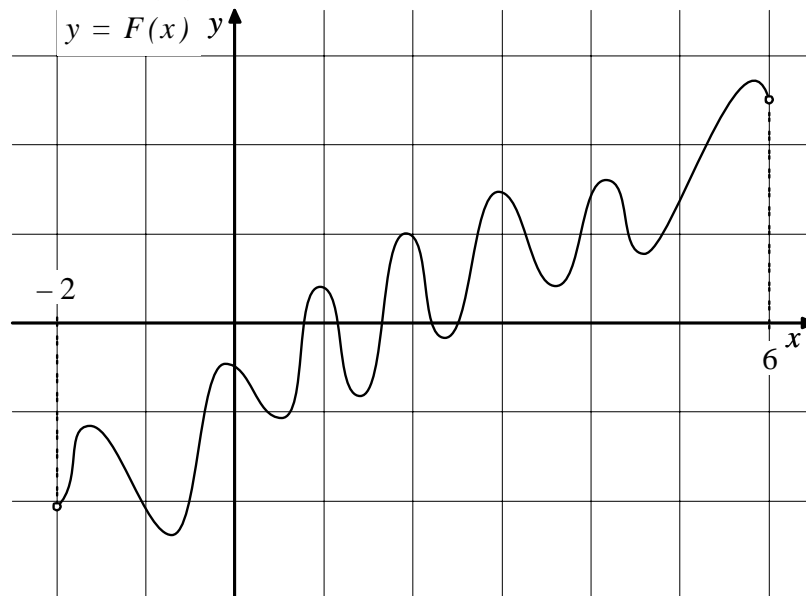
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 18. Найдите её среднюю линию.



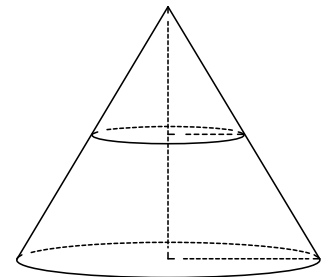
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 6)$ . Найдите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-1; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Объём конуса равен 24. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$  и  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$ ,

где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,36.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Из двух городов, расстояние между которыми равно 250 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 50 км/ч и 75 км/ч?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 361}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB=5$  и диагональю  $BD=9$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 4$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

15 Решите неравенство  $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$ .

16 Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = 2\sqrt{3}$ .

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение
- $$25^x - (a+6) \cdot 5^x = (5+3|a|) \cdot 5^x - (a+6)(3|a|+5)$$
- имеет единственное решение.

- 19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 11 раз меньше, чем значение выражения  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 5b$  и  $c > 6d$ ?

# Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910510

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



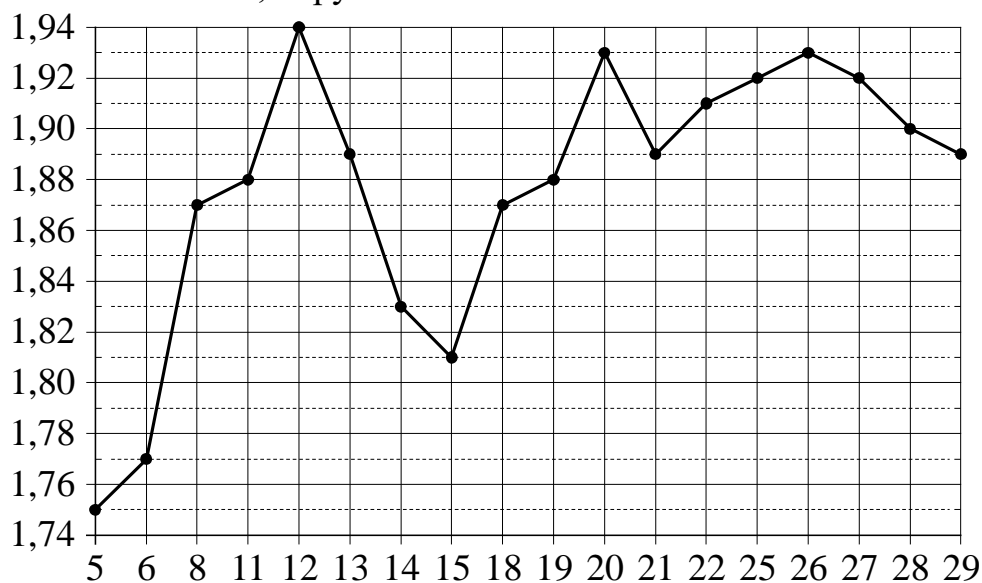
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Призёрами городской олимпиады по математике стали 37 учеников, что составило 20 % от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

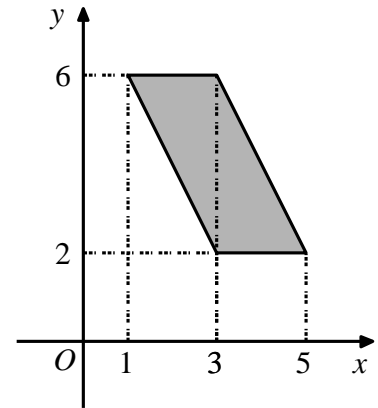
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс австрийского шиллинга, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 30 января 1999 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена шиллинга в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода курс шиллинга был больше 1,84 рубля.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

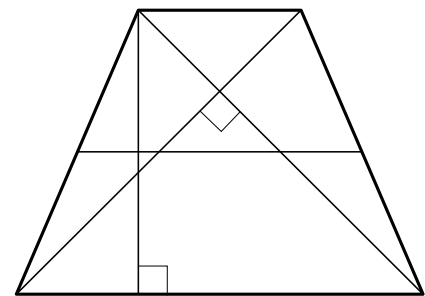
- 4** В среднем из 800 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Решите уравнение  $\frac{13}{x^2+12} = 1$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

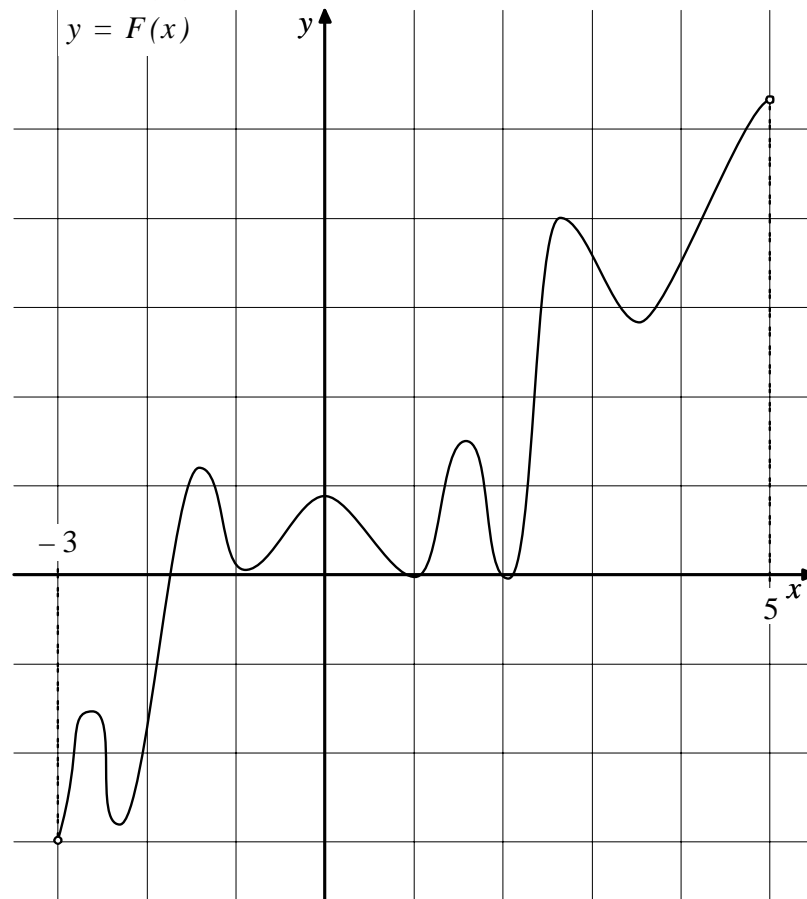
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 48. Найдите её среднюю линию.



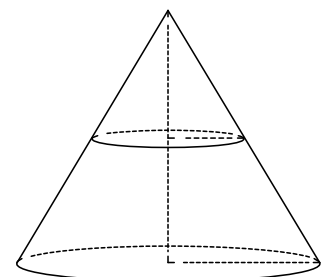
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 5)$ . Найдите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-2; 4]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** Объём конуса равен 104. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{8}{\sqrt{89}}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$ ,

где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,22.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Из двух городов, расстояние между которыми равно 390 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 50 км/ч и 80 км/ч?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2+9}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 4$  и диагональю  $BD = 7$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна ребру  $SB$ .

б) Плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

15 Решите неравенство  $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$ .

16 Прямая, проходящая через середину  $M$  гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , перпендикулярна  $CM$  и пересекает катет  $AC$  в точке  $K$ . При этом  $AK : KC = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $\angle BAC = 30^\circ$ .

б) Пусть прямые  $MK$  и  $BC$  пересекаются в точке  $P$ , а прямые  $AP$  и  $BK$  — в точке  $Q$ . Найдите  $KQ$ , если  $BC = \sqrt{21}$ .

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение
- $$4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$$
- имеет единственное решение.

- 19** Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство  $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$ ?

б) Может ли дробь  $\frac{a+c}{b+d}$  быть в 12 раз меньше, чем сумма  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a+c}{b+d}$ , если  $a > 4b$  и  $c > 7d$ ?